欧姆社学习漫画

漫画电磁学

〔日〕远藤 雅守／著
〔日〕真西 まり／漫画绘制
〔日〕トレンド・プロ／漫画制作
刘卫颖／译

$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

N
S

$\mathrm{div}\vec{D} =$

$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$\mathrm{div}\vec{B} = 0$


科学出版社

欧姆社学习漫画

漫画电磁学

〔日〕远藤 雅守 著
〔日〕真西 まり 漫画绘制
〔日〕トレンド・プロ 漫画制作
刘卫颖 译



科学出版社
北 京

图字：01-2012-0723号

内容简介

你是不是正在学习电磁学知识呢？你是不是正为电磁学中恼人的符号头痛不已？你是不是对电磁学很感兴趣，想一探其究竟？那么，对你来说，这本书再适合不过了。这是世界上最简单易学的电磁学教科书，它通过漫画式的情境说明，让你边看故事边学知识，每读完一篇就能理解一个概念，只要你跟着主人公的思路走，那么你肯定能在较短的时间内掌握电磁学的相关知识！

有趣的故事情节、时尚的漫画人物造型、细致的内容讲解定能给你留下深刻的印象，让你过目不忘。无论你是学生、上班族还是对电磁学知识感兴趣的读者，活学活用电磁学知识，定会给你的学习、工作与生活增添更多的便利！

图书在版编目（CIP）数据

漫画电磁学/（日）远藤 雅守著；（日）真西 まり漫画绘制；（日）トレンド・プロ漫画制作；刘卫颖 译.—北京：科学出版社，2012
（欧姆社学习漫画）
ISBN 978-7-03-034666-7

Ⅰ.漫… Ⅱ.①远…②真…③ト…④刘… Ⅲ.电磁学-普及读物 Ⅳ.O441-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2012）第118670号

责任编辑：张丽娜 赵丽艳／责任制作：董立颖 魏 谨
责任印制：赵德静／封面制作：泊 远

北京东方科龙图文有限公司 制作
http://www.okbook.com.cn

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京天时彩色印刷有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年7月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2012年7月第一次印刷 印张：16 1/4
印数：1—5 000 字数：262 000

定价：32.00元
（如有印装质量问题，我社负责调换）

Original Japanese language edition
Manga de Wakaru Denjikigaku
By Masamori Endo and TREND-PRO

This Chinese version published by Science Press, Beijing
Under license from Ohmsha, Ltd.

マンガでわかる電磁気学
遠藤雅守 オーム社 2011

著者简介

远藤 雅守

1993年取得日本庆应义塾大学理工学研究科工学博士。现任日本东海大学理学部物理系教授，研究专业为化学激光、光共振器、电磁脉冲激光与激光加工。

著有 *Endo and Walter Ed. "Gas Lasers" Marcel Dekker Inc*（2006），《理科人士的函数计算器》（乌居书房，2009），《贯穿高中和大学的填空式电磁学》（合著）（讲谈社，2011）。

トレンド・プロ

漫画制作。成立于1998年的制作公司，负责使用漫画或插图来策划和制作各种工具。BOOKS-PLUS是将日本最具实力的TREND-PRO制作公司的制作技巧融入书籍类制作之中形成的特色品牌。公司集策划、编辑、制作为一体，拥有业界首屈一指的专业团队。公司网址：http://www.books-plus.jp/。公司地址：东京都港区新桥2-12-5池伟大厦3F（TEL：03-3519-6769　FAX：03-3519-6610）。

永川成基

脚本创作。

真西 まり

漫画制作。

マッキーソフト株式会社

DTP。

前 言

大学里学生们最不喜欢的基础课老师恐怕就是讲电磁学课程的老师吧？对理科所有系别的学生来说，这是专业必修课，不得不学；但是就连教育系这样的文科类专业，居然也必须修完这门基础课，对文科生们来说，其难度可想而知了。如果要问他们为什么觉得电磁学难学，得到的回答多半是，需要记的定律太多啦！

的确，电磁学里有很多这样那样的定律。但是我们要记住一点：所有这些定律其实都是由电磁学的基本定律——库仑定律推导而来的。

大约从 18 世纪末开始，许多物理学家纷纷发现了各种不同的定律，从此“电磁学”这一学科初步形成。然而，早期这些被发现的定律被认为是独立存在而毫无关联的，但是很快人们就找到了它们之间的关联性，并最终由物理学家麦克斯韦将这些定律统一为“麦克斯韦方程式”。电磁学形成的历程此后就像连续剧一样一集接着一集地上演着——先是后人通过麦克斯韦方程式认识到当时还不明来源的光其实就是“电磁波”，接着爱因斯坦从对电磁学的更深层次的探索中发现了“狭义相对论”。看到这里，你们是不是对电磁学多少产生些兴趣了？

但是，要想真正理解电磁学，首先还得了解由“向量”形成的“向量场”及其微分的概念。这也许是导致大学生们害怕学习这门课程的主要原因吧。上课时，为了让学生们听得明白，老师会尽可能地用图形对“向量场”加以说明，可尽管如此，每年还是有学生抱怨“内容好难啊！”

统计力学鼻祖玻尔兹曼曾评价麦克斯韦方程式是“神创造的艺术品”。这件拥有神之美的艺术品，若将理论和算式从中剥离出去，是不是就无法欣赏了呢？这个问题经常在我脑中的某处闪现，逐渐地成为我给自己留下的一道“题”。就在这时，“学习漫画”系列的主编给我发来了写作邀请。漫画有时可以表达出纯文字无法言传的情景，是一种非常好的表现方法。也许漫画这种方式能够帮助我把在课堂上无法完全传达到的对电磁学的“所思所想”传递给大家。而且这次担当故事创作和绘画绘制的又都是非常优秀的专家，我相信他们一定能补我之不足，共同完成作品。于是就有了大家现在看到的这本《漫画电磁学》。

本书不是一本电磁学教科书。她更像是一本尝试性的读物——我们尝试着将教科书无法传达的电磁场理论的优美之处和趣味所在用不依赖算式的方法传递给学习者。学习者如能通过阅读此书激发起想进入大学真正地学习电磁学的意愿，那么笔者的愿望便已达到。

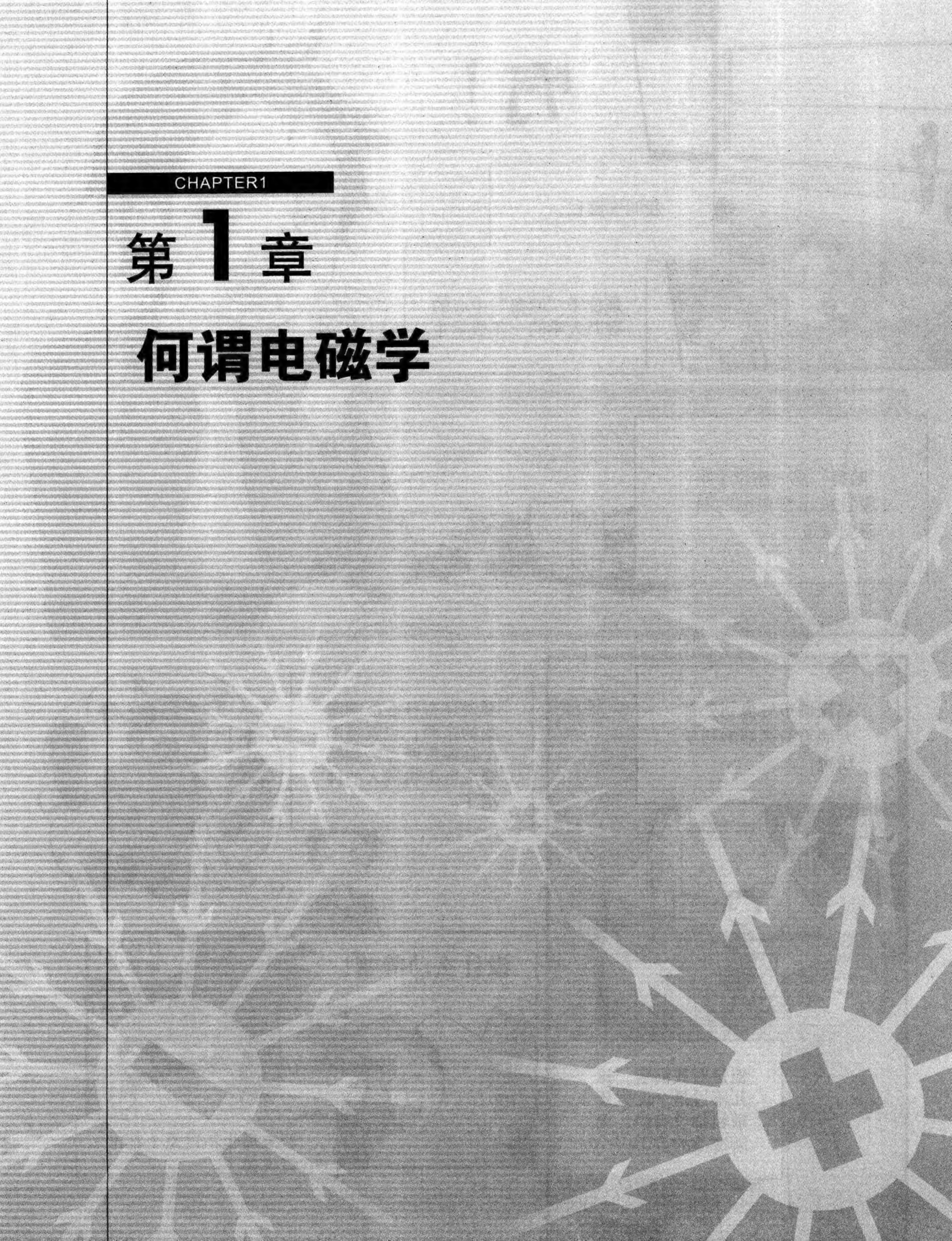
值本书收笔之际，首先向绘制本书绘画的真西先生表示最诚挚的谢意，他的画作远远超出了我的期待。另外，我还要向编写了如此优秀脚本的株式会社 TREND-PRO 的各位同仁表示感谢，现在我对漫画所特有的丰富的表现力已经深信不疑。最后，我还要感谢欧姆社开发局的各位编辑给我的执笔本书的机会。这是我第一次如此开心地完成一本书的创作。

远藤 雅守

2011 年 8 月

CONTENTS

目　录



CHAPTER1

第1章

何谓电磁学

啊！

我叫安藤仁，

是位于“哈鲁”中心的春乃大学的一年级学生。

“哈鲁”是一座位于平原且被山峦包围的科研型城市。

这座城市好像到处都开展着最高端的科学研究。

要说还有什么能刺激我的东西，也就是那个在深夜两点会突然变成巨型机器人的钟塔了。



但是对我而言，这儿不过是个连娱乐项目都没有的、无聊透顶的乡下……

没什么动静嘛！

什么呀，那是？

是啊！

安安——静静

看来那也不过是个都市传说罢了。

我还有一件担心的事……

再不安心学习可就要留级了哟！

混蛋电磁学！

混蛋……

混蛋……

混蛋……

“电磁学”不及格前夕

出什么事了？

青春期躁动？

沙沙

沙沙

沙沙

这是什么地方啊？

糟了！完全迷路了！

那是什么东西……

咻！

咚

哎呀！


咦……
这是在
哪儿……


喂！
头晕中
你醒啦？
没受伤比什么都强啊！
实验事故造成研究中断，这
事可不是闹着玩的啊！


那得是多危险
的实验呀！


还好这次只是极普
通的电磁学实验。
不危险，
不危险！
嗯……
安藤仁同学？


能请你别把这里发生
的事告诉别人吗？
我可以送你这个！
儿童玩具
开开心心
磁石套装
不会吧！


……那……
我们做个交易
如何？


讨厌啦……
好大的胆子！
害羞
我在胡乱想
什么呢！







就这样，我跟着这个叫九龙的研究员开始学习电磁学知识……

1.1 什么是电磁学


为什么天空是蓝色的？
还有，为什么夕阳是红色的？




这个世界到处充满着电磁学之谜。
嗯，啊……


喂……我说，差不多就行了，该醒醒啦。快点教我电磁学好不好啊！
磁铁太酷啦！
超级不可思议!!
嗒嗒嗒
嗒嗒
嗒嗒
沙场
真是只呆鹅！请你好好回忆一下你的少年时代，
那些为小小的磁铁欣喜若狂的日子！
啊！
那时候收集了好多铁矿砂。


总之，我想说的是，
世界上所有这些有趣的、美丽的现象，
大部分都是由“电场力”和“磁场力”这两种力量产生的。


库仑
欧姆
法拉第
安培
这就是……电磁学。
磁铁，雷，光，静电……
电场的学问和磁场的学问在200年前的欧洲被归纳为一种，

咔嗒

世间万物都是由原子构成的，这个你应该知道吧？

咔嗒

别急，别急。

啪！

原子是由带正（plus）电荷的粒子和带负（minus）电荷的离子组成的。

嗯嗯。

但是原子和电磁学有什么关系呢？

“正负电荷”……的确是电磁学味儿十足哦!!

原子的中心是原子核，

由带正电荷的“质子”和电中性的“中子”构成。

原子核的周围被带负电荷的“电子”围绕着。

原子核

中子

电子

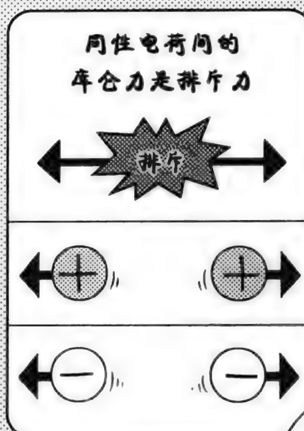
质子

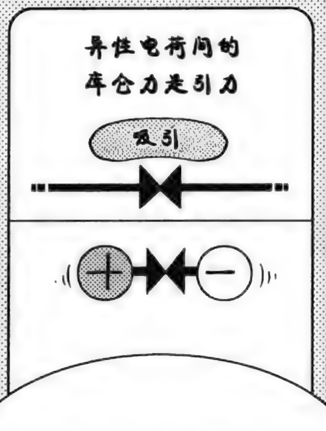
地球

月

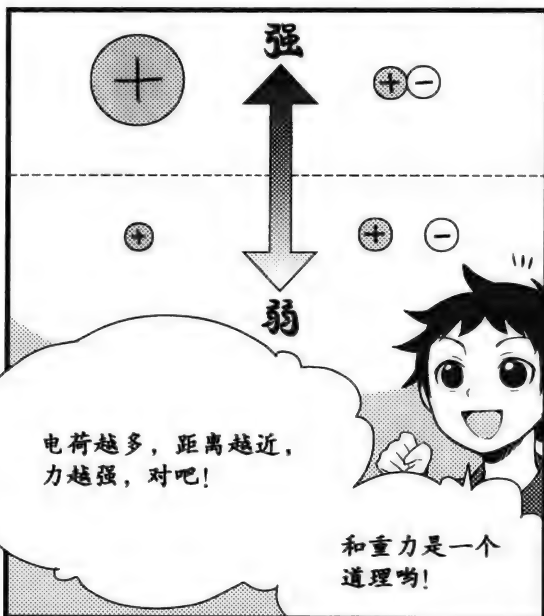
地球和月亮的关系就像原子核与电子哟。


同性电荷相互排斥，
异性电荷互相吸引。


同性电荷间的
库仑力是排斥力
排斥


异性电荷间的
库仑力是引力
吸引
记住，这个力就叫
“库仑力”。
电荷间库仑力
在发挥作用


库仑力，
与电荷的量成正比，
与距离的平方成反比。
也就是……


强
弱
电荷越多，距离越近，
力越强，对吧！
和重力是一个
道理哟！


一言概之，
电磁学就是
“探索电荷活动所引发
的现象的一门学问”。


怕你了……
可是，电荷又是
什么东西啊？

刚一开始，
电荷是什么……

为什么电荷中存在正负，并且相互作用影响到库仑力。

其实，现代物理学对此也没有明确的解释呢。

啊？
怎么会?!

那按道理讲，所谓电磁学也应该是说不清道不明的了！

连电荷都没搞清楚是什么，

怎么可能会知道电荷是如何影响力的，又如何了解相互吸引或排斥会带来什么影响！

研究这种东西的学问就是电磁学？

如果仅仅是吸引、排斥，搞不好反而更简单些呢。

公式啊，记号啊什么的太多了吧！

1.2 表示电磁学规律的 4 个方程式

胡说什么呢！其实表示电磁学规律的方程式只有 4 个哦。

相当简单哦！

只有 4 个？

那我应该记得住。

是啊，电磁学的理论体系其实是非常简单，非常美的哦！

这就是
麦克斯韦方程式哟！

麦克斯韦方程式

- $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$ （高斯定律）
- $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ （针对磁力的高斯定律）
- $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ （法拉第的电磁感应定律）
- $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{i} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ （安培－麦克斯韦定律）

这四个简单的方程式，

被统称为“麦克斯韦方程式”。

麦克斯韦方程式
高斯
针对
法拉
安培

一点也不简单！
意思完全不懂嘛！

刚才你不是说好懂来着？

不行，不行！

痒痒

痒痒

你看呀！
浑身都起疹子啦！


嘿嘿
荧光灯
可以毫不夸张地说，电磁学成就了我们的现代文明。
天线
电车
计算机
电视
音箱
手机


嘿嘿
嘿嘿
作为现代人，连麦克斯韦方程式都不知道，真是失败啊！
你这也太气人了……


对啦，对啦，
愤怒吧！不服吧！
保持这种状态！
嘭！
咦？
怎么我被绕进去了？


呵呵，
放心吧！
我会把你教得明明白白的。
那东西真管用啊！
砰砰
砰砰
？


啪嗒
啪嗒
好吧，
今天就到这里吧！
不可以
松懈哦！
啊！等等！
西江露老师，
请您到实验楼。


刚才那个危险的
实验没有停吗？


实验楼
她说的实验，
究竟是什么实验啊？


嗯！
今天也来点
漂亮的！

小　结

蓝色的天空 红色的晚霞

很多物理学家都曾烦恼一个问题——“到底什么是光？”光以无与伦比的速度前进，我们可以通过观测得出它的定义，但还是无法知道它的本来面目。牛顿学派认为，“光是粒子的一种”，惠更斯学派则表示强烈反对，他们认为，“光是波的一种”，但其实无论哪一种主张都存在不足之处。波动说最大的缺陷就是认为光在真空中也可以传播。而实际上，波是由物质（波动的媒介物质）振动得来的，所以波无法在真空中传播。但是，太阳光可以在真空的宇宙中传播这一事实却是不容置疑的。因此，波动说无法自圆其说。

麦克斯韦将自己发现的方程式变形之后，意识到电场 E 和磁场 B 可以作为波进行传播，然后他将其命名为“电磁波”。静电力和磁力即使在真空的情况下也可以传播，所以如果把光认定为电磁波的话也不会产生矛盾。如果通过麦克斯韦的方程式来计算电磁波的传播速度的话，就会和当时所知道的光速刚好一致。因此，我们可以知道光是电磁波的一种。

光的波长可以通过波的干扰现象进行测量。其结果是，光是波长为 400~700nm（$1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$）的电磁波，波长的不同与我们所认识的“颜色”的不同是一样的。然而，通过同一时期的研究，还有一项性质也为人所接受，高温物体可以通过原子的振动放射出可视领域的电磁波。当然，这一发现也证明了光是一种电磁波。也就是说，太阳是一个温度（约 6000℃）极高的球体，因此可以放出可视领域的电磁波，也就是我们所说的“光”。

那么，从这里开始才是我们的正题。麦克斯韦发现电磁波之后，英国的瑞利勋爵认为光就像大气分子一般通过微小的粒子，由于散射而向别处扩散，这被称为“瑞利散射”（图 1.1）。根据瑞利散射理论我们可以知道，分子散射强度与电磁波波长的四次方成反比。红色光和蓝色光的波长大约为普通的两倍，也就是说蓝色光的散射强度是普通的 16 倍。因此，在太阳光之中，蓝色的光通过大气发散到各个方向，我们所看到的蓝色的天空，也正是因为瑞利散射的缘故。

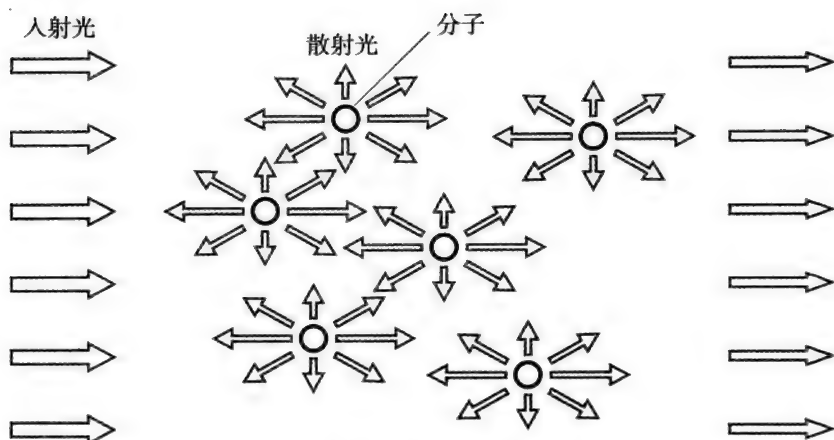


图1.1 瑞利散射图

红色的朝霞和晚霞是没有经过瑞利散射所残留下的部分，也就是说红色的光是直线传播的，我们的视线最先可以接触到的是云层和大气中发光的微粒（图1.2）。以麦克斯韦的发现为契机，其他各种与光相关的发现接踵而来。因此，麦克斯韦的电磁波理论是物理学上最重要的一项发现。

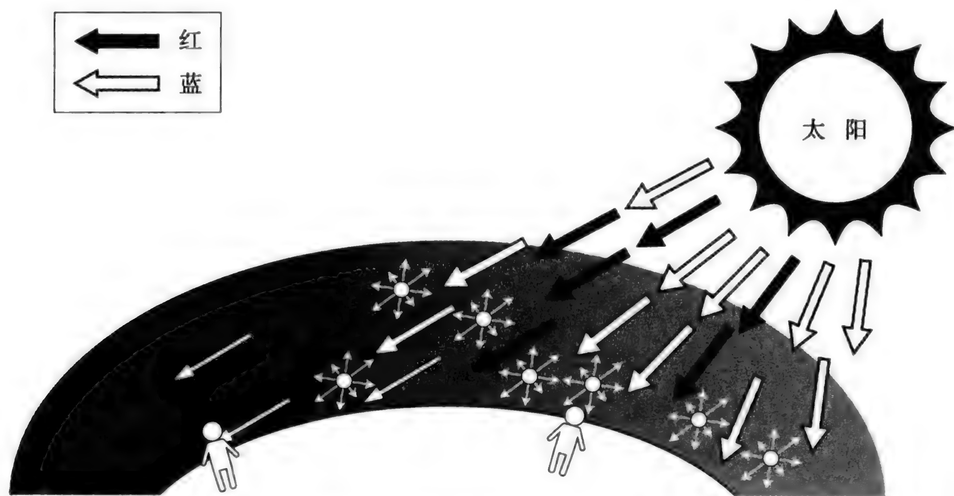


图1.2 瑞利散射与天空的蓝色、晚霞的红色之间的关系

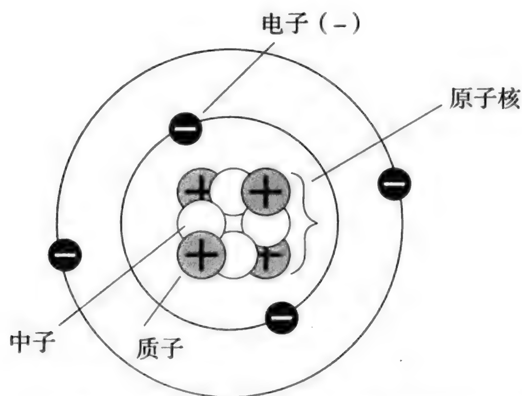
一方面，我们虽认为电磁波是单纯的波动，但它却有很多当时的物理学理论无法解释的奇妙的性质。为了对此进行解释，产生了20世纪最具代表性的两项物理学理论，“相对论”和“量子论”。比如说，碰撞金属的尖端，就会有电子飞溅的“光电效应”。这一现象就如同拥有能量的粒子将金属中的电子排挤出去，但是这无法解释光就是单纯的波。爱因斯坦对这一现象进行了巧妙的解释，他假设振动数 υ 的电磁波作为能量 $h\upsilon$（h 是称为“普朗克常量”的物理常数）的粒子进行运动，这也就是“光量子假说”，光既不是粒子也不是波，而是作为“量子”存在的。在这之后的1921年，爱因斯坦因为此项发现而获得诺贝尔物理学奖※。

※ 令人感到意外的是，爱因斯坦获得诺贝尔奖，凭借的仅仅是“光量子假说”这一项成就。



卢瑟福原子模型

图 1.3 为卢瑟福原子模型。在人类漫长的历史进程中，大约 100 年前（1911 年）我们知道了原子中存在着这样的物质。很久之前我们便了解到原子是由正电荷和负电荷组成。但是，原子之中实际上是有很多空隙的，卢瑟福的实验最初发现的是位于中心的原子核和周围围绕它的电子之间有很大的空间。



质子和中子的质量基本相同。电子的质量约为质子的 1/1800

图1.3　卢瑟福原子模型

卢瑟福为了研究原子内部，尝试用金属薄膜撞击 α 射线。大部分的 α 射线都十分轻易地穿过了薄膜，但有极少数的 α 射线朝反方向反射回来，这一结果出乎他的意料。“如果对着纸片发射炮弹的话，会弹回自己的方向”，卢瑟福震惊了。原子的全部质量如果没有集中于一点的话就无法得出这个实验结论。比如说，如果将电子的轨道看作一个棒球场那么大，那么原子核就只有弹珠大小了。

实际上，卢瑟福的模型虽然严密但不正确，其后的研究表明，准确来说电子不是粒子，而是像云一样抓不住的“量子”。这也是“量子力学”这一研究领域的起点。但是在我们所学的电磁学中，也可以把电子当作粒子来看。

在日常现象中，原子不是杂乱无章的，最多也就是有一两个电子偏离在外，其余的都紧紧附着在一起。因此，在电磁学中，如果把这看成是“自由移动的轻量的

负电荷”和“不能移动的重量的正电荷”，那就没有完全认清原子的构造。该模型中所记述的金属见图 1.4。

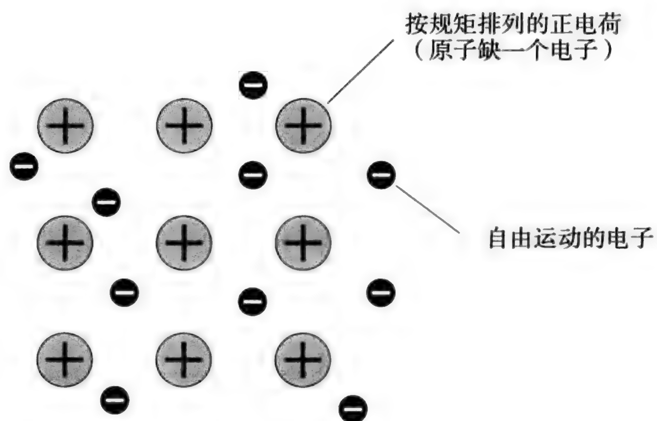


图1.4　金属模型

专题 关于电磁学和其他学术领域

基本上所有的物理学都是以我们居住的这个宇宙为研究对象的。当然也不能忽视地球，或者我们自身也是宇宙的组成部分。宇宙是一个极其复杂的系统，由很多原因引起很多现象，没有哪个规律可以将其一言道尽。

但是，当我们关注某一现象时，就会清楚地感受到其中的井然秩序。于是，人类开始根据观测到的现象和其特征对事物进行分类，并以其所属范畴内通用的基本规律为基准,细分为“×× 学”学科。我们研究的“电磁学”准确地说应该是“古典电磁学”※的一部分。

正如第 1 章所述，我们身边的很多现象都和电磁学有着密切的联系。在多数情况下,不能单纯地用电磁学原理解释,还需要借助其他的学科原理。例如,极光是叫做“等离子”的原子核和电子分离产生的稀薄气体，但是要说明它为什么会发光，为什么会像风一样运动，还需要借助“原子物理”和“流体力学”的原理。

应用领域更是如此，要解释电子电路中使用的晶体管和二极管的运动原理要参照“固体物理”。若要更深层次地探究还需要参照“量子力学”。与此相反，如果将元件的动作标上记号，不用考虑其原理就可以轻松地完成复杂的电路，这还得归功于一门叫做“电路网学”的学问。

像这样，区分现象中的各要素，并用不同专业领域的原理进行分析的分析方法，20 世纪在科学技术领域取得了巨大成就。电磁学作为其中的代表，可以说是其中最成功的范例。但是，因最近提出了不能理解将单纯事物分割的说法，电磁学又被称作“复杂系”。例如，“生命”就是典型的复杂体，即使用传统的方法进行分割也无法真正地将其分割开来。但仍然不能因此就说传统物理学毫无意义。因为你周围的电子仪器和机械都得益于这门学问。正相反的是，从生命和智慧是永远无法模仿的这一点来看，可以说传统的学问方法是有局限的。

※“现代电磁学”包括量子论、相对论和电磁场理论。例如，量子电磁学研究的是电磁力与粒子的关系。

CHAPTER2

第2章 库仑定律、电场、电位



哇……

好漂亮啊!


咯吱
咯吱
嘶!
这样做就会产生静电哦!
在希腊语里,“琥珀”被唤作伊莱克特隆(electron),电气这个词就来源于它。
哇哦……太酷了
噼啪
噼啪


喜欢就给你吧!
可以吗?!


笑眯眯
可以呀!
我们要分别了,这个就留给你作个纪念吧!



说不定，它将指引
我向这条道路前进……












呵呵呵！
喂，你知道为什么摩擦琥珀后灰尘会吸附在上面吗？
静电
电磁概述
因为静电吧？


那为什么静电能使灰尘吸附呢？
咯吱咯吱


嗯……啊！
是电荷吧？不同符号的电荷相互吸引。


叮咚！
赞一个！


赞我？
头发在同种电荷相互排斥的作用下“啪”地全立起来啦。


那么，电荷间作用力的关系是怎样的？
这可是电磁学最最基础的定律。
啪 啪
哦……这个……


好，
时间到！
咯吱
咯吱
嘎
罚一个！
怎么一回事啊
你这……

2.1 库仑定律


总之，
先从最基础的定律开
始教我电磁学嘛！
啪
啪
那就从真正的基础
开始喽。
公元前的人类已经掌握了
摩擦产生电荷的知识，并
且知道电荷分两种类型。


之后又经过很长的时
间，大约在美国独立
战争时代，
库仑的
扭秤装置
物理学家查理·库仑使
用扭秤装置实验得到了
两个与电荷间作用力有
关的发现。


·电荷和电荷间作用力与
两个电荷量的乘积
成正比。
·电荷和电荷间作用力与
两个电荷之间的距离的平方
成反比。
?
给我看公式不是会
更容易明白嘛！

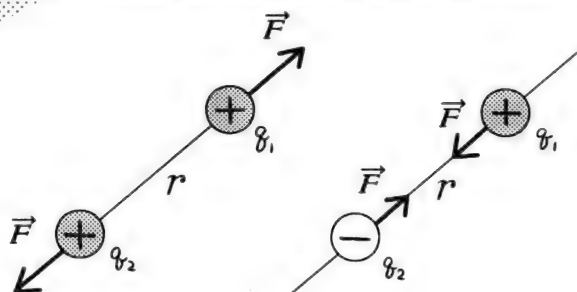
库仑定律

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

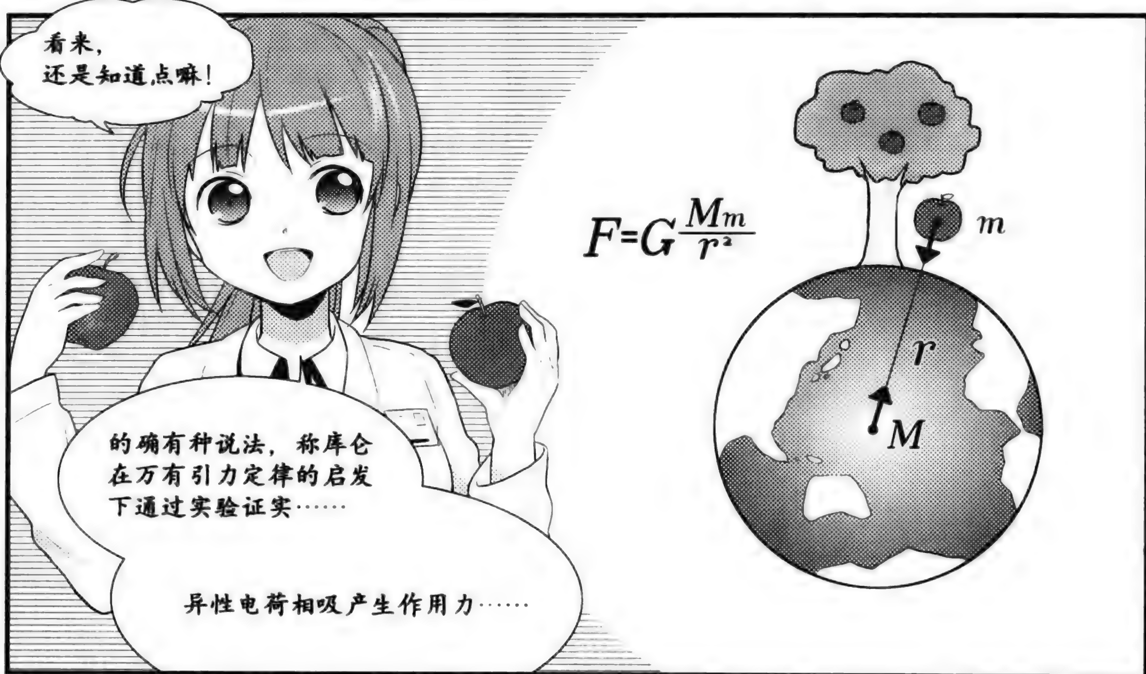
F 代表作用力，单位 N
q_1 和 q_2 代表点电荷，单位 C
r 代表 q_1 和 q_2 之间的距离，单位 m

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0\times10^9\,[\mathrm{Nm^2/C^2}]$$ ε_0 为真空的电容率

有关电荷大小的单位库仑的内容请参照 4.1 节内容。有关电容率的内容请参照 3.2 节内容。




对啦！
是万有引力定律！


看来，
还是知道点嘛！
$F=G\frac{Mm}{r^2}$
m
r
M
的确有种说法，称库仑在万有引力定律的启发下通过实验证实……
异性电荷相吸产生作用力……


虽然从观测到的事实总结出“好像就是这样”，
$F=G\frac{Mm}{r^2}$
但是，
人们到现在也不能肯定库仑定律是否完全正确。
所以说，
电磁学搞不懂嘛。


但是，如果承认作用力遵守库仑定律的话，
不是就可以思考将会发生的事情了吗？现在我来介绍几种“思考道具”。

2.2 矢量场和标量场

为了理解没有要领的库仑力，人类发明了很多概念。

电场、电位、电场线

还有矢量场和标量场……

吧啦吧啦

吧啦吧啦

吧啦吧啦

等等，拜托你按顺序来好不好！

标量

矢量

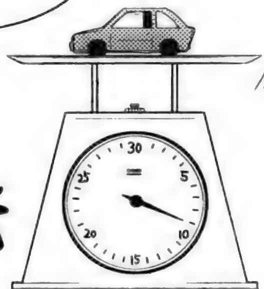
首先，物理量中有两种量，分别叫做"矢量"和"标量"，知道吧？

知道这个就好办。

标量，

标量

只能用来表示数值大小。



比如重量啊，时间什么的。

矢量，

不仅能表示数值大小，还能表示方向。



矢量

例如，汽车的速度和移动方向的组合就是矢量。

汽车前方的箭头代表行驶方向，长度代表速度的大小。

这就是速度矢量吗？

物理学经常用到"场"这个词，可我弄不清它是什么……

接下来我们尝试用"场"表示标量和矢量吧！

“场”
其实不难理解哟！

你应该去过只有男人在寂寞地游泳的泳池吧？

是啊，
是啊，

可没必要说什么只有男人寂寞的话吧……

去过就好，
那里其实就是一个矢量场哟。

每一个地方，都具有矢量的。

不同的地方，
都有其固定的水流速度和水流方向。

如果有矢量场，那就也有标量场哦。

每个地方都存在固定标量的“标量场”。

吧啦吧啦

地图上都标有等高线对吧，
它就是把标量（海拔）相同的点用线连成的曲线。

等高线就是将标量场变成眼睛看得到的实线吧？

好啦！

下面我们要用自己的身体来记住
“电场”和“电位”！

2.3 电 场

进去吧!
咚
!
哎呀!
这房间……
地板怎么往下
陷的?
吱吱
怎么回事?!
……啊!
脚拔不出来了!
咕唧唧唧……
哈哈哈……
现在的你可是
电荷哟!
来尝尝这些小电荷吧!
嚓啦
嚓啦
嚓啦
那是——
我是
电荷!?
轰
动不了了!

你干什么呀！
你要把我埋在里面吗！

这就是电场和电位哟！

我不知道！

电场是表现受电荷牵引的作用力的矢量场。

弱

电荷

强

假设你是电荷，那么地板的倾斜就相当于一个电场。

倾斜度则表示电场的强度。

电场使得置于其中的电荷（弹珠）受到作用力的影响。

咻！

咻……

咔咔！

好疼！

由于你（电荷）的出现而导致了凹陷，于是弹珠才发生碰撞哦。

我(电荷)的缘故?

是的。
这是因为你是负电荷哦。

我哪知道啊！
你早说嘛！

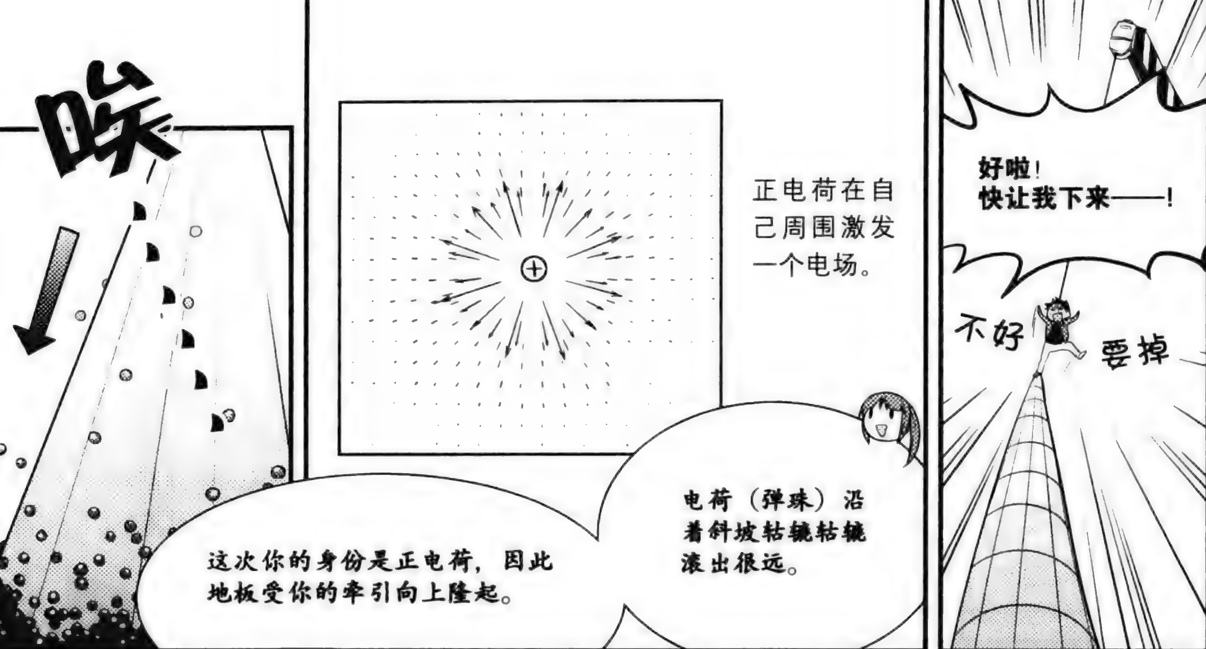
那么接下来是正电荷。

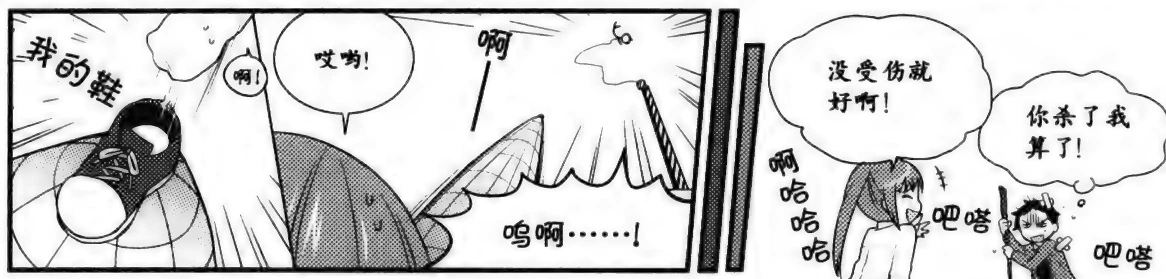
不要！

啊—

咔咔

咔咔





将正电荷和负电荷放在一起是这个样子。

矢量场的箭头从正电荷射出，被负电荷吞没。看到了吧？

正负点电荷都存在的情况下的电场

弹珠哐哐往下砸时感觉快要被淹没了……

严谨的说法是，弹珠也在牵引你哦！

但是它的力量微不足道，所以可以忽略不计！


$\vec{F}=q\vec{E}$
$\vec{F}$ 为电荷 q 受到的作用力 [N]
q 为电荷量 [e]
$\vec{E}$ 为电场 [N/C] 或 [V/m]
电场 $\vec{E}$ 为电荷感受到的作用力的矢量场，
可以这样定义哦！


$\vec{F}=q\vec{E}$
刚才的例子指的是弹珠，对吧！
Q 库仑的电荷受到来自电场 $\vec{E}$ 的作用力的情况，就是这样定义的。
这里的电荷 q 和激发出电场的电荷是不一样的，需要注意。


我们在 q_0 的周围画上相同间隔的小方格。


那么你来画一个大小是 q_0 库仑的正电荷激发的电场吧。
哦？
刚才的我是 q_0 库仑的电荷，所以，嗯……


首先要确定一个能画箭头的地方，以便用箭头变现“场”。
嘶—

接着计算一下格子点的电场场强。

此时放上一个值 q 的小电荷，测量其受到的作用力。

如何测算？

运用库仑定律吧？简单！简单！就是

$$F=k\frac{q_0q}{r^2}$$

不赖嘛！那么电场呢？

嗯……

试着比较一下 $F=k\frac{q_0q}{r^2}$ 和电场的定义 $\vec{F}=q\vec{E}$。

对呀！是 $E=k\frac{q_0}{r^2}$

没错！它是电荷 q_0 在距离 r 的位置激发的电场。

方向当然是排斥作用力，所以在直线上与电荷成反方向。

画箭头看看。

如果计算图上所有格子点的电场场强，就能得出 q_0 周围的电场。

近处的箭头大小和远处的有很大差别啊！

是因为它是反平方。距离是普通的 2 倍时电场的场强为 1/4，4 倍时为 1/16。

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

电荷们通常都遵循库仑定律。

刚才讲到的“电场”和下面要提到的“电位”能够帮助我们更快地理解。

2.4 电 位

现在我们来思考 q_0 周围的电位。

电场的场强就像是斜坡的坡度。

就是说，离 q_0 越近，斜坡的坡度就越陡？

是啊！

坡度和函数中的“微分”是一个道理。

微分的反面呢？

积分！

答得对！所以如果把电场当做积分，就能得到激发该电场的电位。

r^{-2} 的积分是多少？

小瞧我？

1 级积分的次数要加一个“–”号。是 $-r^{-1}$，

对吧？

答对！电位和电场的关系需要在上面加一个负号，得到公式

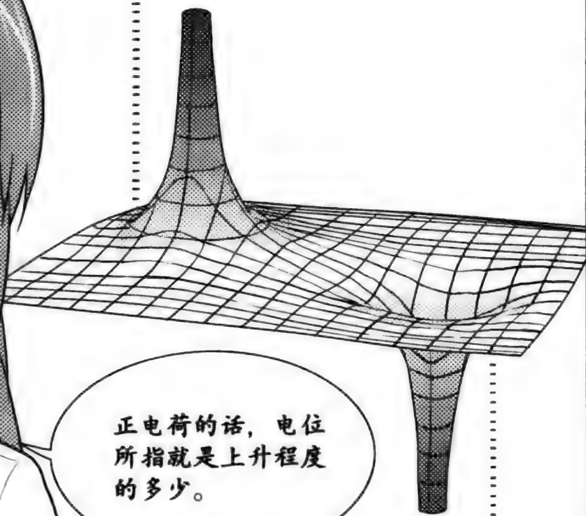
$$V = k\frac{q_0}{r}$$

等电位线

画图的感觉就是这个样子哦！

我说过电场是表现电荷受到的作用力的矢量场。

负电荷激发的，受凹陷倾斜牵引的作用力，也就是电场，下陷程度的多少就相当于电位※是多少。



正电荷的话，电位所指就是上升程度的多少。

所以呀，电位又被认为是“带电的位置能量”。

多说一句，电压和电位是同一个意思哟！

我知道啦，这样就好理解了：
电荷从电位高的地方朝电位低的地方移动。



“高电压”指的就是电荷带有很大的位置能量。

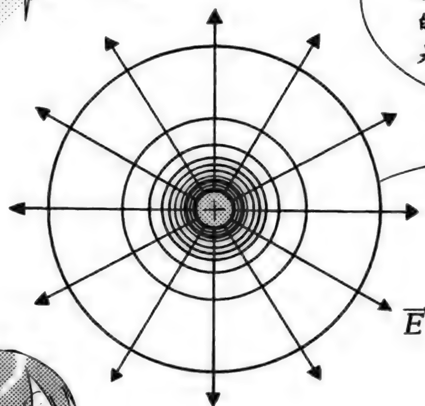
电压

原来如此啊！
电压原来是这么个东西呀！

将电位相等的点连上，可以得出一个“等电位面”，适用于点电荷哟！

是不是类似于电荷激发的等高线？

一旦接近电荷，电位就会快速地上升，线的间隔变得越来越窄。是吧？



等电位面

※ 电位用 $\vec{E}=-\text{grad}V$ 得到的标量场 V 表示。参照附录“矢量和标量”。

2.5 电力线

最后要讲的是电力线。

你见过这个吗？

由相对的点电荷激发的电力线。

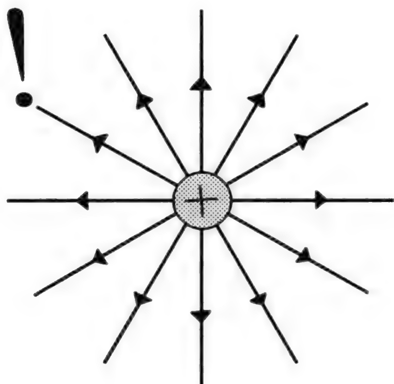
啊啊，好像砂铁密布在磁铁周围时形成的形状。

N
S

那是磁力线。虽然有点像，但是有不一样的地方。

比如……

啪！



点电荷激发的电力线

哔！

磁力线必须产生于N和S之间。

但是电力线却可以用一个电荷完成。

是这样啊。

那这个线究竟是干嘛用的啊？

就是为了直观电场这个矢量而使用的一种表现办法呀！

绘制电力线应遵循4个原则。

电力线绘制原则

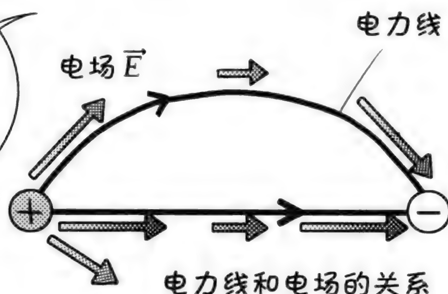
原则1 电力线从正电荷出发，到负电荷结束。但是多余的电力线无限延长消失。

原则2 电荷出发的电力线的数量和电荷量成正比。

原则3 电力线既不分支，也不交叉。

原则4 电力线要尽量收缩，相邻的电力线要尽量分开。

按照这几个原则，如果从电荷引出一条电力线，它会自动地顺着电场方向过去。

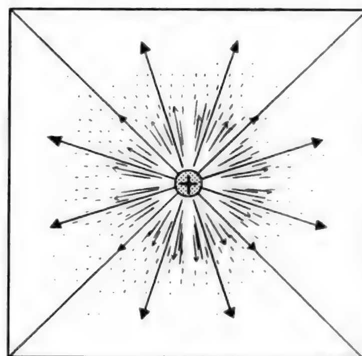


电力线和电场的关系

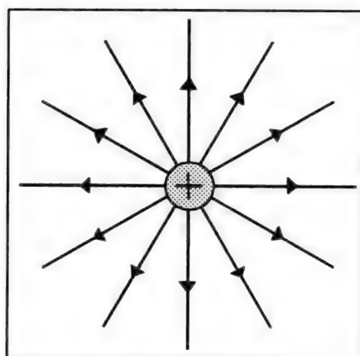
矢量场图不能用吗？

电力线不是更简洁明了嘛。

我们先用电力线来表示正电荷周围的矢量场吧。



点电荷在自己周围激发电场



点电荷激发的电力线

这次，电荷的值 q_0 相当于12根电力线。

根据原则1和4，电力线从电荷出发后消失于无限远，最终变成等间隔的直线。

真的哦！果然一目了然啊！

下面介绍两个电荷的情况

相对的点电荷激发的电力线。

两个大小同是 q_0 的电荷，符号相反，正电荷发出的电力线全部被负电荷吸收。

根据原则 4，最后的图示就是这样的。

因为电力线要尽量缩短，且相邻的电力线要尽量分开。

呵呵呵

想要走最短的距离，

什么例子这是！没有的事嘛！

就好比快要上课迟到的安藤同学和可爱的女孩儿之间的关系呀！

可又很讨厌被女孩儿追到，所以还是选择绕道走。

没错吧？

还有正电荷和负电荷大小不同时的情况。

现在负电荷去掉了一半，电力线只有 6 根哟！

这时，从正电荷出发的电力线中有 6 根被负电荷吸收，

剩下的则消失于无限远。

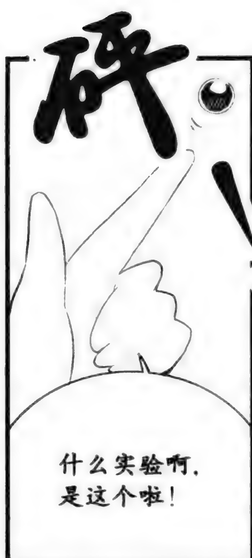
负电荷较少时的电力线

意思就是从安藤同学的魔爪下逃掉了。

拜托，别编排我啦！


呵呵
呵呵
那……，
今天就到这
里吧！
我一会儿还有事
儿要办呢！


哦，不会还是那
个倒霉实验吧？
也让我参与一
下嘛！


砰！
什么实验啊，
是这个啦！


弹子机！
喂！
你不用重来一次漂
亮的实验吗？


还早着呢！
顶着别动！
哎呀
人家可是学习热
情高涨呢，不可
以受打击呀！
哎哟！


拜拜啦！
呵


真是的……
唉……

小 结

电磁学的单位制和 1 库仑的大小

历史上，电磁学中出现过各种各样的单位。像“长度”“质量”一样，现在仍有一些单位存在。就目前普遍使用的米来看，长度和重量单位的起源分别是地球的大小和水的重量。那么，如何决定电磁学的基本单位——“单位电荷量”才是最公平的呢？直观的方法是把电荷在单位距离和单位大小时的作用力作为电荷的单位。实际上，虽然也有这样产生的单位，但现在都废弃了。目前使用最为广泛的是“MKSA 单位制”。MKS 是指“长度”“质量”“时间”的单位“m”“kg”“s”，最后的 A 是指电流的单位“安培”（参照第 4 章）。如果要说明这样区分的理由恐怕需要一本书，所以请参照有关“电磁学单位制的历史”的书※。

1 库仑是指“1 安培的电流”在 1 秒内通过的电荷。那么 1 库仑的大小到底是多少呢？首先，将电荷 1C、距离 1m 代入库仑定律

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0\times10^9\,[\mathrm{N\cdot m^2/C^2}]\right)$$

电流间的相互作用力竟为 9.0×10^9N。相当于 90t——这个和世界上最大的油轮一样相同的质量压上来的力。但我们在日常生活中是不能看见如此强大的库仑力的。这是因为正电荷和负电荷通常处于互相混杂的状态，这么多的电荷想要拉开距离是十分困难的。而 1A 的电流与流经 100W 的灯泡的电流一样，十分普遍。这个对比值得我们深思。

※ 木幡重雄 著 『電磁気の単位はこうして作られた—「電磁気学」の発展と「単位系」の変遷を辿る』工学社（2003）

最小的电荷是一个电子，其大小为 1.6×10^{-19}C。真的很小吧？但是 1cm³（一颗砂糖大小）的铜块拥有约 8.5×10^{22} 个自由电子，用库仑力来表示则为 14000C。

由电荷的分布求出正确的磁场

从漫画中我们可以看到电荷遵循某项规则放出电力线时电场的情况，但这个规则十分抽象，要想通过这个规则知道电场准确的大小和方向实属不易。那么如何在电荷不同分布时准确计算出电场呢？在电荷呈球对称形分布或者分布在无限长的直线上这些特殊情况下，使用第 3 章学习的高斯定理就可以很简单地解决。但是在计算任意分布的电荷产生的电场时，就必须要解微分方程式。将第 3 章学的高斯定理的微分形式

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho \quad \left(\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}\right)$$

与“电场 $\vec{E}$ 的斜率为电位 E”这一关系（参照“矢量和标量”）

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}V$$

相结合，就可以得到被称作“泊松方程式”的以下公式：

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{div}\vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \vec{E} &= -\mathrm{grad}V\end{aligned}\right\} \rightarrow \mathrm{div}\,(\mathrm{grad}V) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

用具体的微分记号来表示：

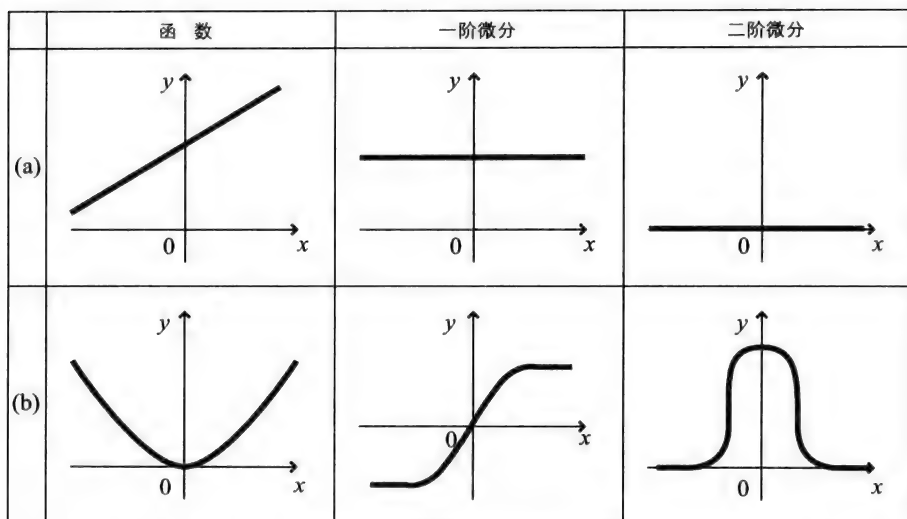
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

大学里没有学过矢量解析的话就不能理解其中的道理，所以如果不懂的话只知道个大概也没关系。上述方程式表示

左边：某处电位 V（标量场）对各成分方向的二阶偏微分之和
右边：该处的电荷除以体积（电荷密度 ρ），除以真空电容率时加负号

左边和右边都是定了坐标（x，y，z）后，由该坐标的值决定的。右边可以预先知道电荷的位置，所以所有的条件都是已知的，而左边的 V 的值却是未知的。但用 x，y，z 对 V 进行二阶微分，得出的总值只与右边一致。左边的记号 ∂ 是“偏微分记号”，当 V 是（x，y，z）的函数时，$\frac{\partial V}{\partial x}$ 表示“求电位 V 转向与 x 轴平行的方向时的变化率 $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$”。

为了计算更加简单，我们用只有 x 的函数来表示 V。当 V 与 x 以一定的比例同时增加时，$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$ 拥有一定的正值。如果加以一阶微分，则 $\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}x^2}=0$。用图表表示，就是图 2.1（a）。又如图 2.1（b）所示，V 在原点附近呈向下凸出的形状。所以 $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$ 在原点附近呈一次函数的增加趋势，外侧部分保持平缓。此外，$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}x^2}$ 只有在原点附近才有最大值。如果反过来考虑，也就是说当“$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}x^2}$ 拥有正值时，V（x）在该点附近呈向下凸出的形状”。对函数进行一阶微分可以得出该函数的“倾斜度”，但由某个函数的二阶微分结果就可以知道该函数是“向上凸还是向下凸”。用泊松方程式来表示也就是“如果存在负的电荷密度，该点的 V 就向下凸”。安藤突然掉进的房间、安藤和膜的关系用数学公式表示的话就是这个。



■图2.1　函数的图形和它的二阶微分

由于我们现在已经知道了电荷的位置和大小，所以要解决的问题是“在知道电荷的位置和大小的情况下，求满足$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$的 V”。当知道了某个函数的二阶微分值时，为了得出该函数必须进行基本的二阶计算。在大部分情况下我们都不能用纸笔计算出这样的微分，但却可以用计算机来进行类似的计算。

得到的结果是表示空间各点（x，y，z）的电位 V 的标量场。这个电位 V 在所有点都满足$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$这一关系。如果要求电场可以使用电位和电场的关系

$$\vec{E}=-\mathrm{grad}V$$

用微分记号表示，则为

$$\vec{E}=-\left(\frac{\partial V}{\partial x},\frac{\partial V}{\partial y},\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

也就是说，把由二阶微分计算得出的电位 V 再次进行一阶微分，就可以得到 $\vec{E}$。该方法作为得到空间内的所有电位和电场的一般方法，广泛运用于电子设备的设计等方面。

那么，在知道电场 $\vec{E}$ 的情况下，如何从电场中画出电力线呢？这其实很简单，从电荷出发，延长向电场方向的线，自然就可以得到。如果存在同样大小的正电荷和负电荷，从正电荷出发，沿电场方向前进，必然会找到负电荷，这个轨迹就是电力线，如图 2.2 所示。

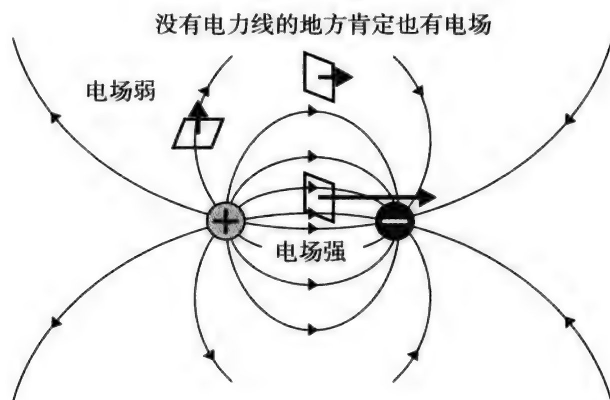


图2.2　相对的点电荷激发的电力线

用电力线画出的电场可以很直观地让我们了解电场的“方向”和“大小”的分布。正如漫画中所阐述的一样，电场方向沿着电力线的方向，同时又可以用电场的大小来表示电力线的密度。电力线密集时电场强，稀疏时电场弱。如图 2.2 所示，将单位正方形垂直放置于电力线中，通过其中的电力线的条数就是电场的大小。没有电力线并不意味着没有电场，而是因为力线密度低，电场小。

 为什么电力线和电场是一致的

为了准确说明电力线和电场的一致性，必须学习真正的电磁学，所以我们想向大家传授一些大致内容。首先，电力线从电荷出发（反过来说就是绝对不会从电荷以外的地方出发）这一法则是麦克斯韦方程式的第一条，表示 $\text{div}\vec{D}=\rho$。与该法则同一时期的库仑定律表示“力的大小与距离成反比”。电力线不会相交也不会有分支，是指电力线一定是沿着电场方向的线这一性质。某处的电场矢量的方向只有一个，所以该处的电力线如果有分支的话，我们就不能得到电场的方向了。而电力线的收缩或是相互排斥都是库仑力的表现。力线的收缩性质表示不同符号的电荷间的相互吸引力，相邻力线的疏远性质则表示相同符号的电荷间的排斥力。

“由电荷产生的具有一定条数，绝对不会相交，如果互相排斥，自身就会收缩”的线，吸引不同符号的电荷，排斥相同符号的电荷。并且其大小完全遵循库仑定律。因此，电力线的原理是遵循“规则”的电力线表示电场，也就是电荷受到的力的方向和大小。

下面举个例子。有两个相同大小、相同符号的电荷，其电力线如图 2.3 所示。由电力线相互疏远的性质我们可以知道相同符号的电荷受到互相排斥的库仑力。

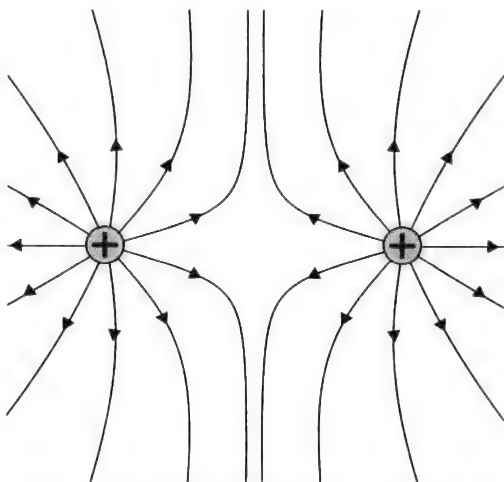


图2.3　同符号、同大小的两个电荷和电力线

但以上说明都十分抽象，也有人不能通过这些了解为什么画出遵循规则的电力线就能知道电场这一道理。在具有相当高度的电磁学教科书中，有关电力线性质的数学根据作为“麦克斯韦的应力张量”被广泛讨论。大家如果有兴趣的话也可以自行学习。

静电场中一定存在电位

为什么说静电场 E 中一定存在形成电场的标量场 V（电位）呢？其中的关键是电场的重叠原理。重叠原理是指当存在某些点电荷时，某点 P 的电场等于这些点电荷发出的电场的矢量和，如图 2.4 所示。

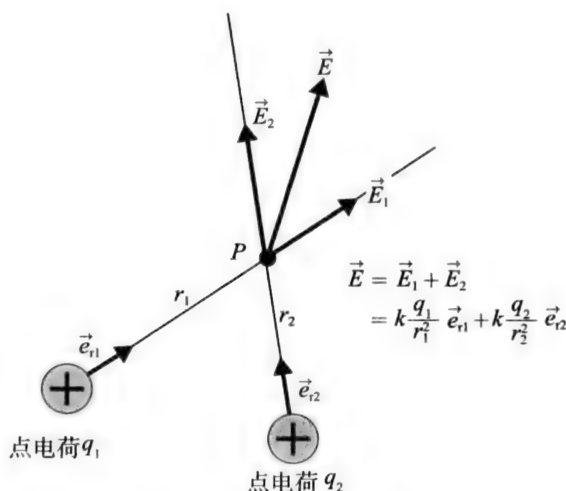


图2.4　电场的重叠原理

这一点，能否成立其实需要进行严密的验证，但我们可以期待从以下事实得出有关电场的重叠原理。

由库仑定律可以得出与电荷量 q_1 相距 r_1 的 P 点的电场为

$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{e}_{r1}$$

k：库仑常数［$N \cdot m^2/C^2$］；
r_1：与点电荷的距离［m］；
q_1：点电荷的电荷量［C］；
$\vec{e}_{r1}$：r_1 方向的单位矢量。

如果相同地点有电荷 q_2，那么电场是

$$\vec{E}_{1+2} = k\frac{q_1+q_2}{r_1^2}\vec{e}_{r1}$$

处于同一地点的两个电荷不会相互干涉，P 点的电场仅仅是 q_1 产生的电场和 q_2 产生的电场之和。这是绝对的真理※，如果这一真理被打破，库仑定律也就不能成立了。接下来尝试从 q_1 处移动 q_2。此时 q_1 和 q_2 不会互相干涉，P 点的电场还是 q_1 产生的电场和 q_2 产生的电场之和。实际上，到目前为止，还没有一个实验事实可以打破电场的重叠原理。

因此，如果存在与一个点电荷形成的电场相应的电位 V，那么无论何种电荷分布都可以分解这些点电荷，重叠各个点电荷产出的电位，因此在所有的电荷分布中都存在与之相对应的电位。

原点上存在一个点电荷 q_0，其周围的电场可以用只与半径 r 有关的函数来表示

$$E = k\frac{q_0}{r^2}$$

电场用电位的斜率来表示，斜率的计算与微分相同，所以微分后得到以上形式的函数。

※ 这里并非指其“绝对正确”，而是指古典电磁学正是开始于对这一真理的认可。两者看上去一样，实则全然不同。

微分后得$\frac{1}{r^2}$，函数是 $-\frac{1}{r}$，所以作为候补，假设

$$V=k\frac{q_0}{r}$$

是点电荷产生的电位。考虑其函数 V 是否会成为电场 $\vec{E}$ 产生的电位。"电场是电位的负斜率"，也就是说 $\vec{E}$=-grad$V$ 用文字来表示就是"某个点的电场矢量 $\vec{E}$ 的方向与该处的矢量场 V '变化最大的方向'一致。如果取该方向的微小距离 ds，那么其大小就是$-\frac{dV}{ds}$"。

观察离原点半径 r 位置处的 V。V 是 r 在定点取的定值，所以沿着半径为 r 的球面运动，V 可以取一定的值。也就是 V 变化最大的就是与球面垂直的方向。稍稍向 r 方向运动的话，V 也会产生细微的变化，变化率是$\frac{dV}{dr}$，由此可以得到 grad$V$。那么请具体计算一下 -grad$V$=$-\frac{dV}{dr}$，

$$-\frac{d}{dr}\left(k\frac{q_0}{r}\right)=k\frac{q_0}{r^2}$$

确实可以得到与库仑定律一致的电场。因此，点电荷产生了可以用 $V=k\frac{q_0}{r}$ 这一函数表示的电位，也说明了无论何种电荷分布都有与之相对应的标量场 V（图 2.5）。

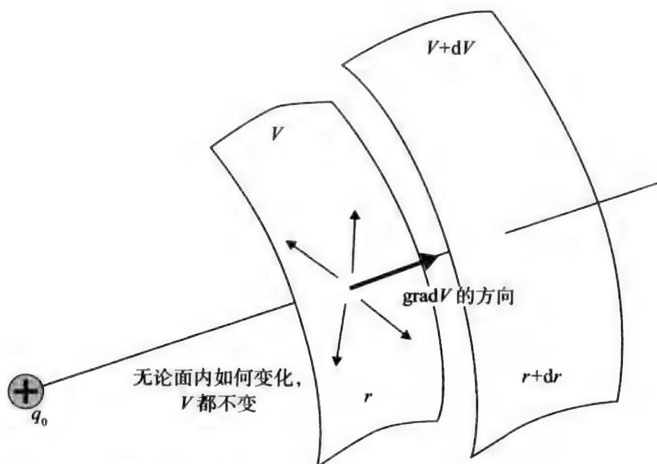


图2.5　点电荷产生的电位和电场的方向

CHAPTER3

第 3 章

高斯定理、导体、电介质




嗒
嗒
嗒
嗒
嗒
嗒
今天是了不起的实验日。


甜品
小兔屋
啧啧
啧啧
啊啊
哇哇
为什么让我去买？那么远，真麻烦！
辛苦啦！没想到这么快呀！


甜品小兔屋
羊羹


咯吱
咯吱
嗯，好吃！绝世美味哟！


你怎么把它吃啦！不是用来做实验的吗?！
只有吃了这个我的脑子才转得快嘛！


哪有吃了羊羹才能做好实验的道理啊！
这家伙……居然拿这种理由来指使我……



好吃——好吃
一瞬间，我以为是……才不是，我这个傻瓜……
对了，实验我已经在你去买东西的空当唰唰唰地完成了，所以，下次吧。



啊！！
你就不能等等我吗?!
噗

嗯？
啪
实验之前我们先上一课！
今天讲“高斯定理”！
……
这不太好吧！

3.1 电通密度

在讲解高斯定理之前，我们要先了解一下“电通密度”。
相对的点电荷激发的电力线
啪
电力线
它和电场、电位，还有电力线一样，都是一种思考工具。
回忆一下，
之前讲过，电力线大量穿过的地方电场较强，对吧？
嗵嗵
因此，电力线的密度等于该区域电场强度乘以一个常数所得的值。
$D=\varepsilon_0 E$：电通密度［C/m²］
ε_0：真空的电容率［C²/（N·m²）］
E：电场强度［N/C］
D 表示“电通密度”，等于电场强度乘以真空的电容率。

为什么不直接叫“电力线密度”，而要叫“电通密度”呢？



严格地说，电力线和电场线的意思是不同的。

因为这里暂不考虑电介质※，所以可以认为它们是一样的。

真空的电容率一词在库仑定律里也只是一闪而过，

这是怎么回事？



你注意到啦？

到后面你就会明白啦！



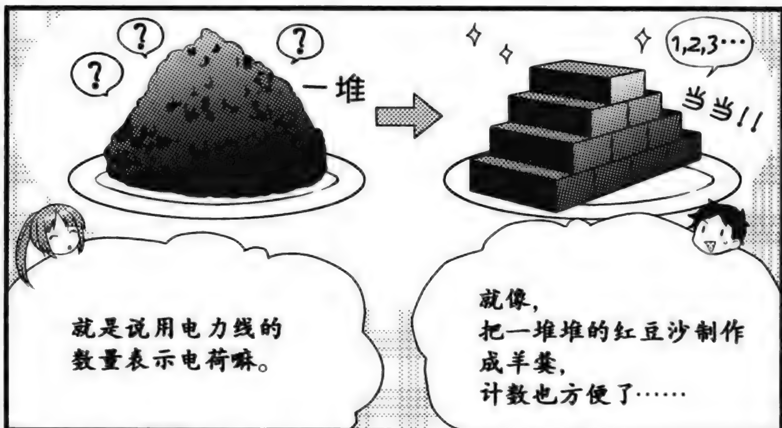
注意电通密度的单位

[C/m²]

单位面积上的电力线数量为库仑每平方米。

意思是，单位面积电荷的携带量。

计算电力线的数量却用“电荷”的单位，好奇怪呐。



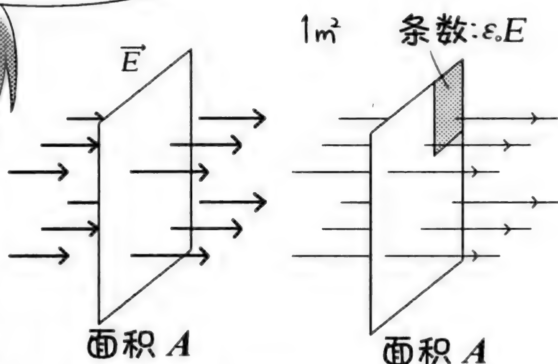
※ 参照“电介质”的内容。

我们现在用线电荷密度单位来数数电力线吧。

这个叫“线电荷”。

将电力线束起来，形成电通量，对不?

这个嘛，也许吧。



现在计算一下穿过面积 A 的电通量。

设电通密度 D。

电流密度 $D=\varepsilon_0 E$

电通密度 D 就是单位面积上的电荷，

乘以面积 A……

出来了!

穿过该面的电通量

$\varepsilon_0 EA$

答对!

Φ

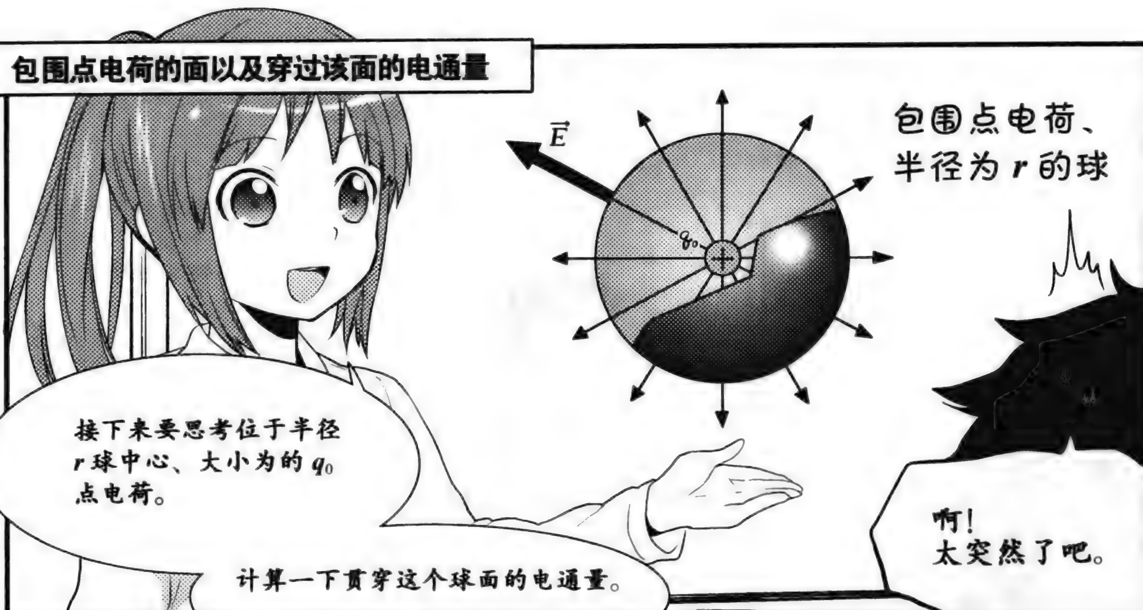
吱

$\Phi_e=\varepsilon_0 EA$

记住，电通量用希腊字母表示为 Φ※（读音: fai，四声）。

※ Φ 是英语里 flux(流束)的头字母 F 所对应的希腊字母。

3.2 包围点电荷的面以及穿过该面的电通量







结果出来啦！

只得到 q_0！

啊啊啊？

$$\Phi_e = \varepsilon_0 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2} \times 4\pi r^2$$

$$= q_0$$

嗯，不错！

“真空电容率 ε”的真实面目就是，

通过闭合曲面的电通量正好等于 q_0，是一个既定的常数。

原来是这样啊！

所以 k 才加上了 π 什么的啊。

电通量 = 电荷 q_0，

意思是……

啊哈～～～

这个！高斯定理！

你看！

通过闭合曲面的电通量等于其内部所含电荷量

找个框把它裱起来吧！

让我去哪找框嘛……

3.3 高斯定理

哗

哗

第一个注意到这一现象的是数学家兼物理学家卡尔·弗里德里希·高斯。

过闭合曲面的电通量等于其内部所含电荷量

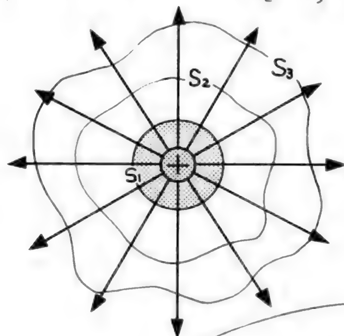




什么形状都无所谓，但必须是像这个气球一样外部没有空隙、中空的面，

可以定义为“内部”和“外部”的曲面。

穿过球面 S_1 的电通量外侧必有 S_2、S_3 穿过



这是为什么呢？

这是从“电力线只由电荷发出并分支，且互相无交叉”这条原则想到的。

从电荷发出的电力线不会相互交叉，而是从外穿过面，

无论是什么形状的面，只要用闭合曲面包围电荷，

穿过面的电通量就是 q_0。

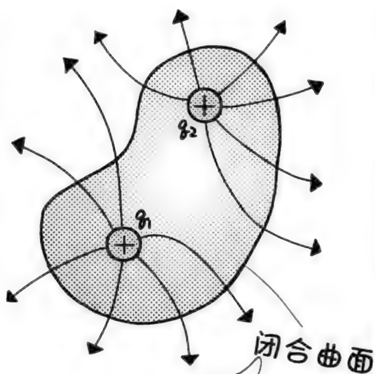
无论被什么风包裹住，电荷发出的电通量都不会改变啊！

就算存在两个以上的电荷，根据电力线原则，它们都不会相互交叉。

所以所有的电力线都穿过面向外发散。

那么……

嘭



这种情况下，穿过面的电通量是多少？

全部加在一起，是 q_1+q_2 吧？

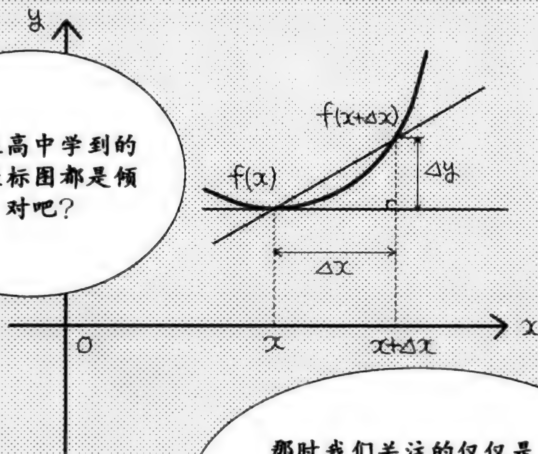
没错！

3.4 电通密度矢量和高斯定理的微分形式

现在我们试着用“微分形式”来表达高斯定理。

“微分形式”是什么？

我们在高中学到的微分坐标图都是倾斜的，对吧？



那时我们关注的仅仅是浩瀚的矢量场中的一小部分而已。

电通密度矢量 $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$

吱

电场矢量 $\vec{E}$ 乘以 ε_0 所得矢量，

就叫做电通密度矢量。

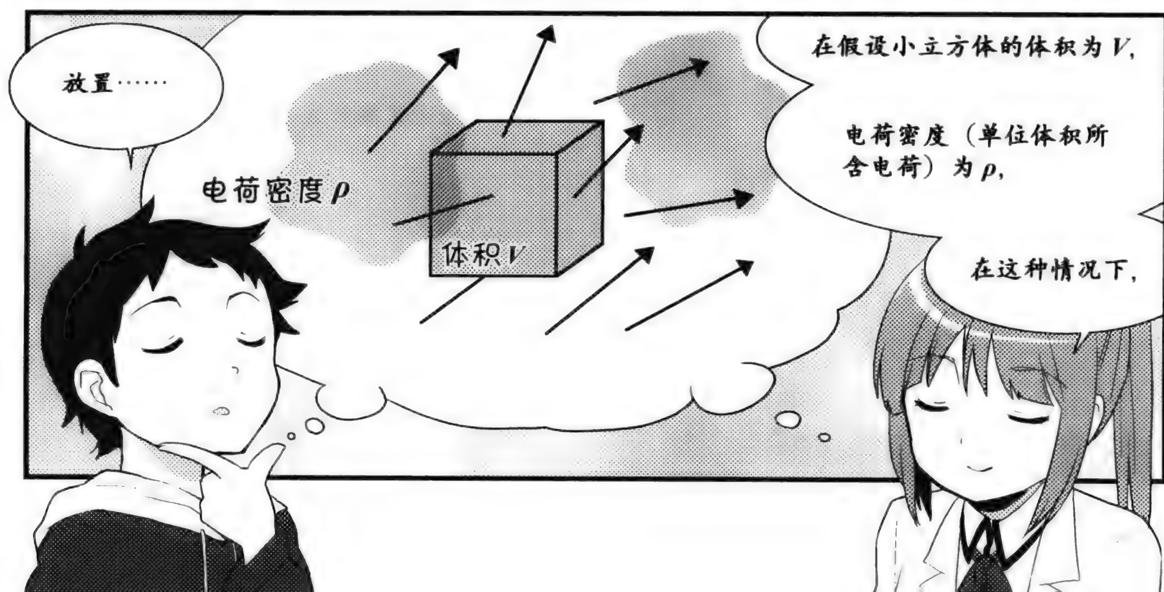
电通密度矢量 $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$

电通量的矢量场版本吧！


想象一下，
现在电荷的分布状况
就像云一样东一块西
一块。


虽然从本质上说，电荷
其实就是电子，但是当
电子大量集结时，
为了便于理解，我们仍
将其视作是电荷集结。
好比我们在享受羊羹
的美味时，从来也不
会想嘴里含着的是砂
糖分子，对不对？
吧唧
吧唧
说的是啊！


假设在这里面
放置一个小小
的立方体，
好，那么再想象一下分
布的电荷激发电通量密
度矢量场的情景。


在假设小立方体的体积为 V，
电荷密度（单位体积所
含电荷）为 ρ，
在这种情况下，
放置……
电荷密度 ρ
体积 V

此时立方体发出的电通量是多少呢？

电通量Φ_e=

嗯——嗯

这哪能知道啊！
突然让人家算这个……

回忆一下
高斯定理。

通过闭合曲面的电通量等于其内部所含电荷量。

通过闭合曲面的电通量等于其内部所含电荷量

因此集合立方体内部所有的电荷就能得到电通量哦。

通过闭合曲面的电通量等于其内部所含电荷量

怎么她周围出现了一道一道的光啊……

我想想看，
那就是电荷密度
ρ × 体积 V，

对吗？

吱

吱

$\Phi_e = \rho V$

答对了！

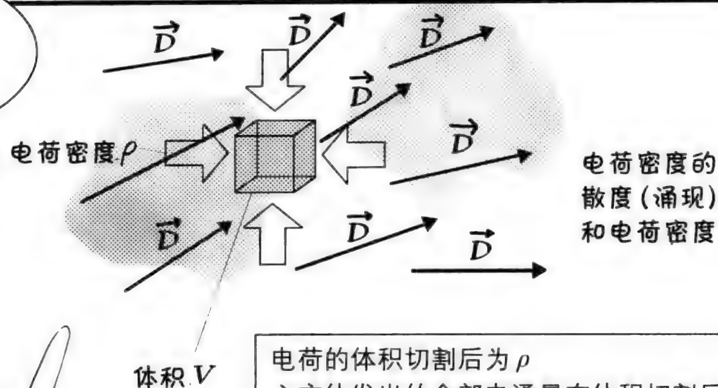
我们可以把你的公式稍微做一个变形。

$$\Phi_e = \rho V \rightarrow \frac{\Phi_e}{V} = \rho$$

你看！
现在的意思就很清楚啦，“电通量除以体积”一定等于该区位的电荷密度。

接下来我们慢慢缩小立方体，

左边会变成什么样子呢？



电荷的体积切割后为ρ

立方体发出的全部电通量在体积切割后得 Φ_e/V

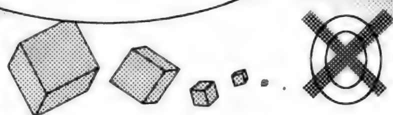
我们将之命名为电通量矢量的“散度”$\mathrm{div}\vec{D}$

从无限小的立方体发出的电通量在无限小的立方体的体积切割后所得之物，

是这个意思吗？

没错！
无论怎样缩小立方体，

“电通量”÷“体积”的值都不可能为零哦！



我们把它叫做该点的“矢量场散度”，

不断缩小下去其实是微分的思考方法。

二次元坐标图上显示为一条倾斜的相切直线，没错吧！

对呀，对呀！
就是那样的！

所谓“矢量场散度”，就是微分表达矢量场的方法之一哦！

还有，这里我不做详细的解释，总之记住，矢量场散度一定会变成标量。

矢量场散度



标量

此外，还有其他表达矢量场的微分方法。

它们会在后面登场的※，敬请期待吧，呵呵！

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$$

电通量矢量 $\vec{D}$ 的散度用 $\mathrm{div}\vec{D}$ 表示，

读作 divergence *D*，好好记住哦。

注：矢量散度容易使人联想到从某个场涌现出某种东西，所以日语里有时也把“divergence *D*”叫做“矢量 $\vec{D}$ 涌现”。

那么，

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$$

看到这个，
你能联想到什么？

嗯……

$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$

麦克斯韦方程式第一条

高斯定理的方程式嘛！

啊啊！
明明就在眼前的，刚才一下没想起来！

用不着勉强哟！

※ 请参考 137 页内容。

微分形式的高斯定理的含义是

"电通密度矢量场 $\vec{D}$ 的散度等于电荷密度 ρ"。

就是这样。

和挂轴上写的高斯定理没区别吗?



一开始出现的高斯定理,

通常被叫做"积分形式",与微分形式相对应。

看上去完全不一样嘛,

到底是不是这样啊……

不仅如此哦,

别忘了高斯定理是由库仑定律直接推导出来的。

换句话说,高斯定理只是库仑定律的另一种表达形式而已。

· 库仑定律
· 高斯定理(积分形式)
· 高斯定理(微分形式)

说的都是同一件事哟!

3.5 导 体

好啦，
我们现在来做一个
有趣的实验。

终于等到
实验啦！

哐当

呀！

当当～

演出开始啦！

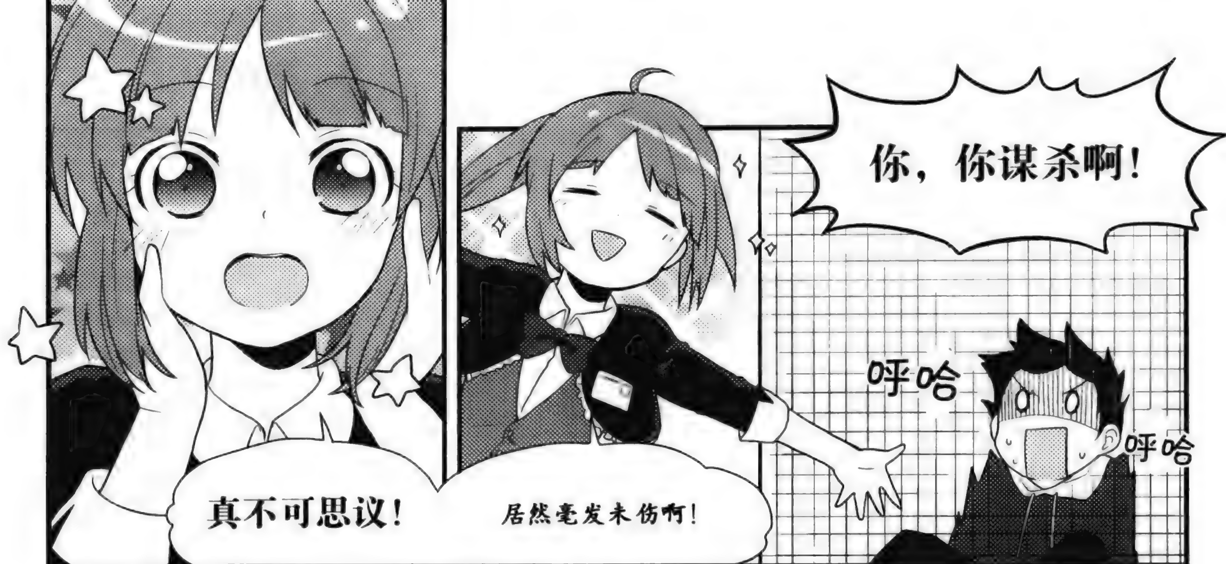
咦？

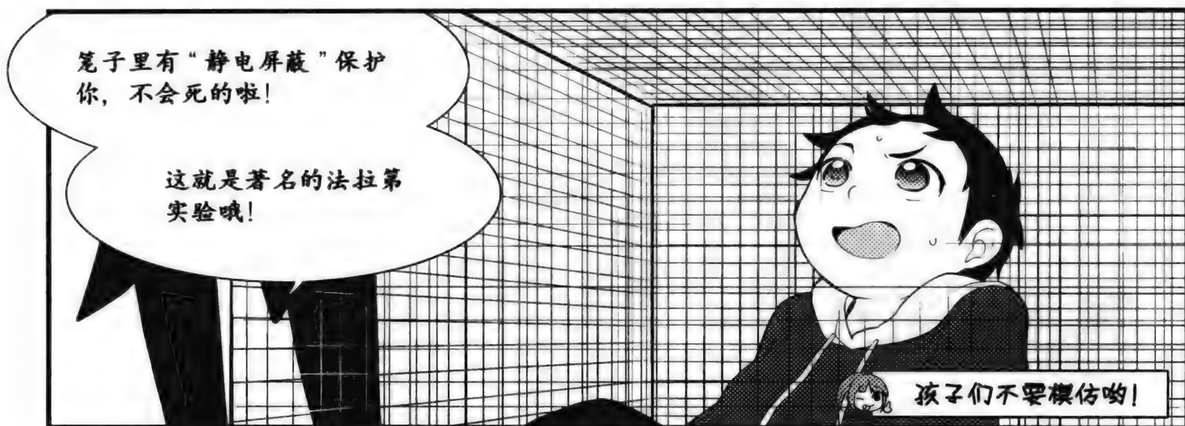
咦？

3 万伏电，
吃吧！

啪啪

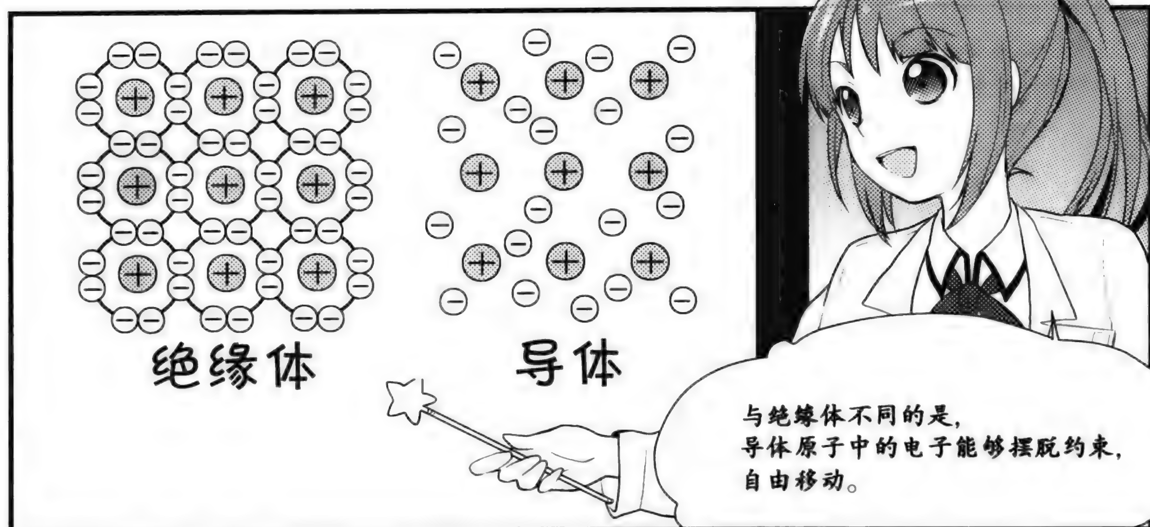
哎呀！


真不可思议！
居然毫发未伤啊！
你，你谋杀啊！
呼哈
呼哈


笼子里有“静电屏蔽”保护你，不会死的啦！
这就是著名的法拉第实验哦！
孩子们不要模仿哟！


为了让你安心，
我们来讲讲什么是静电屏蔽吧。
咔啦
咔啦
你这是
顺序颠倒呀……


物质可分为导体
和绝缘体两大类，
导体
容易过电
但是为什么导体就
能通电呢？
绝缘体
不容易过电
导体的话，
金属就属于导体，
嗯……


绝缘体
导体
与绝缘体不同的是，导体原子中的电子能够摆脱约束，自由移动。

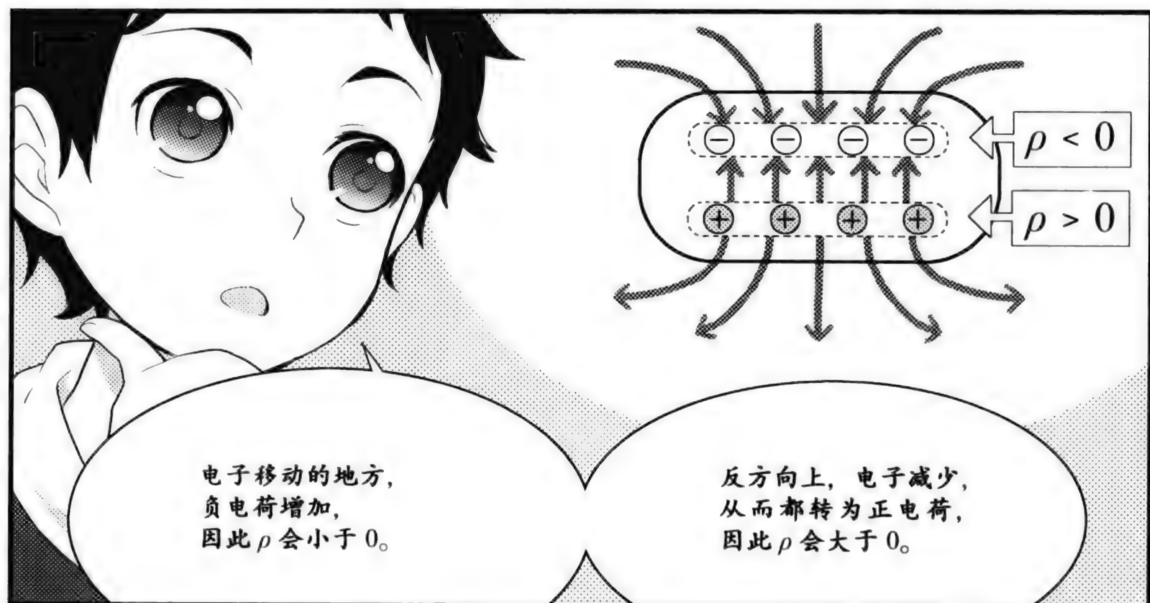

听说过！
那是自由电子。


是的。
那么，如果在电场中放入导体会出现什么情况呢？
电子是负电荷哟！
这个……如果都是负电荷的话，就会朝着与电场矢量相反的方向移动吧？

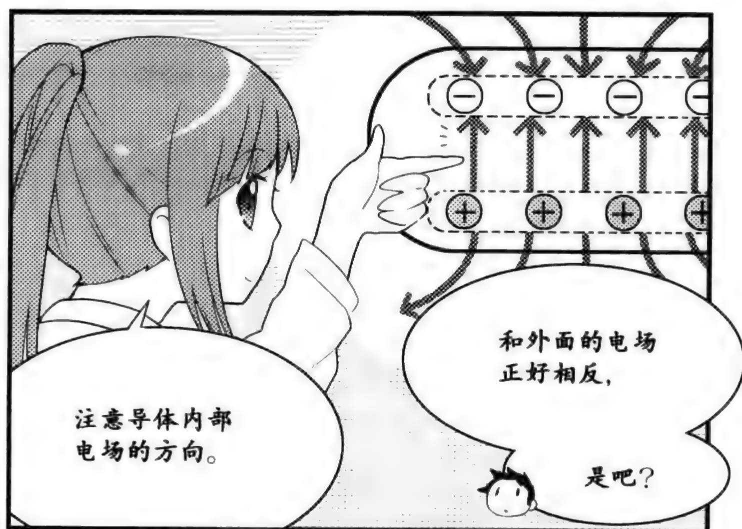

正确！
不过电子走到导体的边缘时，就不能再继续移动啦！
这就叫“静电平衡”。
噼嗒！
静电平衡


如果给导体施加一个电场，会发生什么呢？我们一个一个来看吧。


从外面施加电场的话，
电子会移动哦。
那么电荷密度
会如何变化呢？
嗯
嗯


$\rho < 0$
$\rho > 0$
电子移动的地方，
负电荷增加，
因此 ρ 会小于 0。
反方向上，电子减少，
从而都转为正电荷，
因此 ρ 会大于 0。


所以啦，
无论哪一端都会遵守高
斯定理 div $\vec{D}=\rho$，发射
出电通量哟！


和外面的电场
正好相反，
是吧？
注意导体内部
电场的方向。

没错!

从外面向导体施加电场时，电子就像是为了要消灭外部电场，拼命移动，然后停止不前。

这种状态叫做“静电平衡”。

即使处于电场内部，电子也无法越线移动。

摇摆

摇摆

简单地说，因为均衡，所以“平衡”。

导体中的电场一旦消失，电子也就无法受力了?

为啥俺……

静电平衡具有这几种特质。

定理 1： 当导体被置于电场中时，
自由电子朝着消灭外部电场的方向移动。

定理 2： 平衡状态下，
电场中的导体的内部不存在电场。

定理 3： 由此，
静电平衡下的导体内部各点的电位相同。

那么，
我们试着想象一下，

空洞

导体

首先造一个体内空洞的导体，从外部给它一个电场，你觉得会发生什么情况？

导体本身处于静电平衡状态，

那么，导体包裹着的体内的空洞会怎样呢？

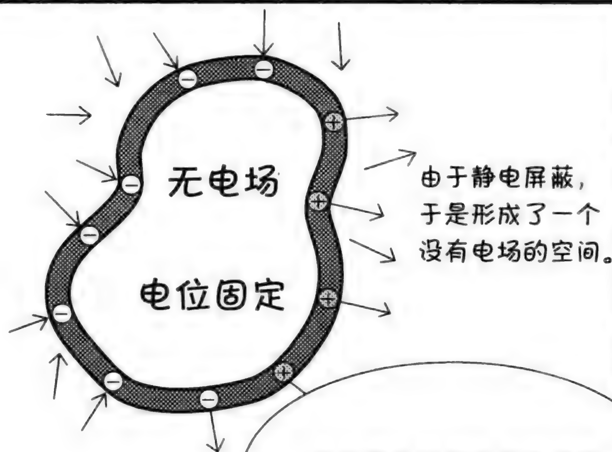
啊！
我投降啦！

正确答案是：

外部电场无论如何都侵入不进它的体内。

静电平衡的导体任意位置的电位相同。

导体的内侧表面也拥有相同电位，所以内部空洞的任意位置的电位也相同。



当被同电位的空间包围时，
电场无法存在。


如果电位相同，
电流就不能流动了吧！


我们可以创造一个完全
没有电场的空间，
也就是我提到的
“静电屏蔽”。
难道这就是刚才
把我关住的金属
笼的原理。


对啦！
19世纪时期的物理学家
M. 法拉第为了证明静
电屏蔽，做过一个类似
的实验。


法拉第。
呀……
头大……
哭啊


我们有时候在电梯里或
大楼里手机没有信号，
就是静电屏蔽造成的哦。
电梯框就是一个导体，
电场振动的电磁波※无法进入
电梯内部。


还有，
如果观察电磁炉
会发现，
它的玻璃上
配有金属网。
这也是静电屏蔽。
这样就把电场
关在里面了哟。

※ 参考第201页内容

3.6 电介质



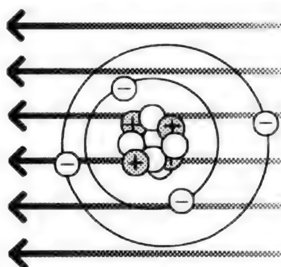
在涉及电场中的绝缘体时，不称它为绝缘体，

而称“电介质”，此后我们统一称其为“电介质”哦。

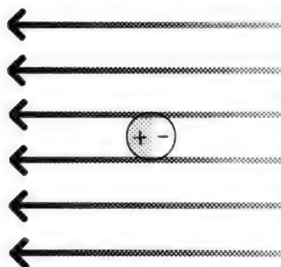
接下来我们需要思考绝缘体和电场。

当电介质受到来自外部电场的作用，电流不流动，取而代之的是“极化”现象的发生。





电介质的原子受到电场的影响而发生极化。



这是“偶极子”，可模式化。

你看电子是不是朝着与电场相反的方向牵引？

这么一来，原子分裂成一对正电荷和负电荷，

这就叫“极化”。

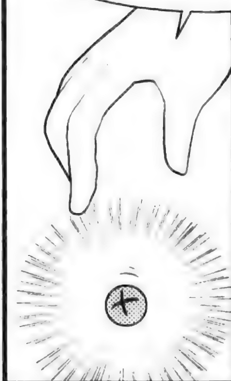
受电场影响时的电介质动作和电偶极子相似。





体内即使无法移动，也会呈偏移状态。

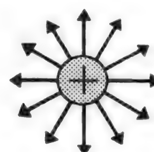

那么我们用电荷
把电介质填满。


电介质的极化性质，
会影响到填入电介质中的电荷。

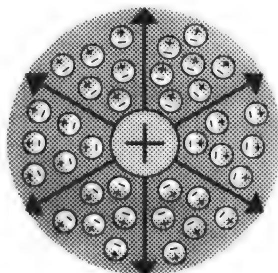

简单讲，被填入电介质的电
荷激发的电场会变得比真空
时的小。


是不是
电介质遮住了
电场？
啪




正电荷与由它
发出的电力线




电荷被电介质包围后，
极化电荷产生的一部分
电力线会被吸收。
严格来讲是填入的电荷
使得电介质发生极化的，
接着因极化而衍生的负电
荷消灭了一部分从正电荷
发出的电力线。

啪～！

高斯定理：

“通过闭合曲面的电通量

等于其内部所含电荷量”

高斯定理
总是出现，

你不觉得这很奇怪吗？

没有呀！

电通密度矢量 $\vec{D}$ 只由
内部的电荷量决定，

因此，
即使电介质内填满电
荷，涌现的电通量也
不会发生变化。

啊，对呀！

可是，
电场 $\vec{E}$ 变小就有点
奇怪啦！

所以，我们需要小小
地动一下这个方程式
中的 ε_0。

电通密度

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

不是真空的电容率 ε_0，要
改为“介质的电容率”。









代表性电介质的相对电容率对照表※

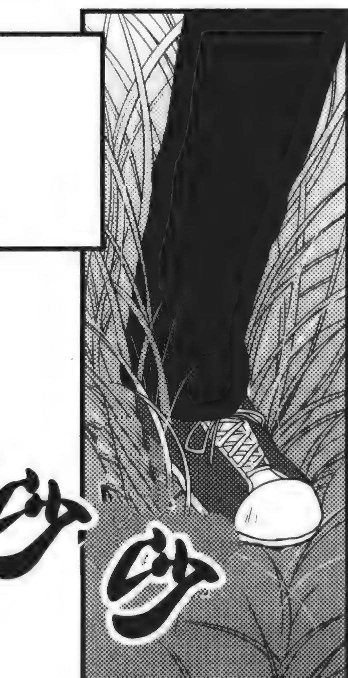
物质名称	相对电容率	物质名称	相对电容率
干燥空气	1.00059	纸	3.7
酚醛塑料	4.9	水	80
派莱克斯玻璃	5.6	硅油	2.5
特氟隆	2.1	五氧化钽酸	25
氯丁橡胶	6.7	钛氧钡	~5000

※ 出处：R. サーウェイ『科学者と技術者のための物理学 III』学術図書出版社


啪
嗒
都这么晚啦！
晚安啦！

嘎~咕
哦哦哦哦哦
啊啊唧咿咿呀
打呼噜了……

躺下就睡着啦？
有这么累吗？
呼呼呼

算了，算了，
今天算我倒大霉……
嗒嗒
嗒嗒
不过，今天把高斯
定理搞明白了，也
不错。

沙
沙

又迷路了！
沙
沙
沙
沙
我怎么这么路痴啊……

那是？

喂！
好像不是那样！

发射！

啊

嘭

嘭



小　结

高斯定理的运用

高斯定理是贯穿电磁学本质的一个重要法则。有人说是由于库仑定律成立，高斯定理才得以形成，也有人说因为电荷发射出的电力线遵循高斯定理，电荷之间的影响力才遵循库仑定律。但在这里我们先搁置这些因果关系的讨论，向大家介绍一些高斯定理的实用方法。

电荷像云一样分布的时候，计算某个地方的电场是十分烦琐的工程。这个地方存在着微小的电荷（试验电荷），想要把像云一样分布的电荷受到的力逐一计算出来是不可能的。当然，用我们在第 2 章中所讲的“泊松方程式”来解决或许也可以。但在电荷对称分布时，使用高斯定理就可以马上计算出电场。

问：如图 3.1 所示，在半径为 a 的球体内充满相同密度的电荷。此时，电荷密度为 ρ[C/m³]。请计算球的中心到半径 r 处的电场。

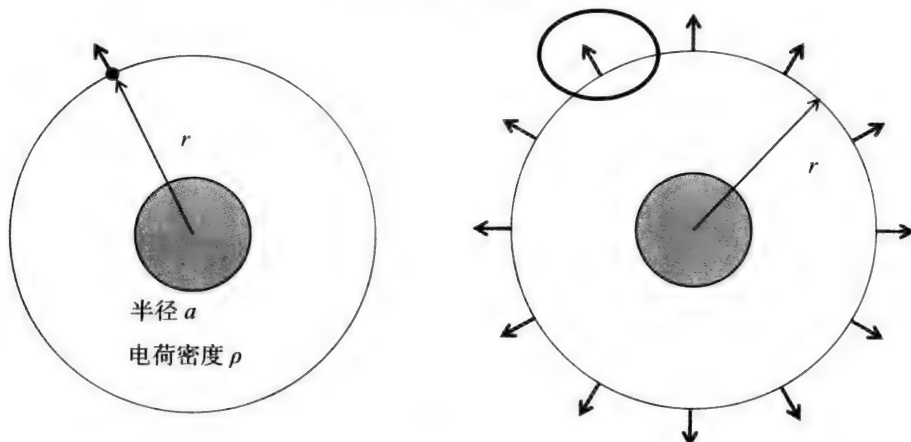


图3.1　用高斯定理求球状电荷激发的电场

电荷密度是指单位体积内的电荷数量，如果密度相同时可以用电荷数量除以体积得到。ρ 是希腊字母之一，多用来表示密度。那么，运用高斯定理来解决这个问题时，我们可以运用在物理学上被认为完全正确的某个事实，这就是“对称性”。在一个空旷的空间内有一个只拥有一个电荷的球体，从中心到半径 r 的球面上的电场必然是球的半径方向，并且大小是相同的。因为我们无法将球面上的某处和别处区分开来，如果电场遵循库仑法则，那么球面上的某处和别处的电场就是相同的。如果这样的话我们可以暂时把该电场的大小称为 E。通过对称性理论，方向也只能是沿着球的半径方向。

半径 r 的球是封闭曲线图线，可以运用高斯定理。电场斜着穿过一个面时，电通量的计算就会十分复杂，但现在和面垂直，所以只需将表面积和电场大小相乘就可以得出答案。将球的体积和电荷密度相乘便可以得出进入其中的电荷数 $\frac{4}{3}\pi a^3\rho$，我们把它称为 Q。因此高斯定理式就是

$$4\varepsilon_0\pi r^2E=Q$$

如果要求未知数 E，那么很快就能得出电场的大小就是 $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$。再将电荷 Q 代入 $\frac{4}{3}\pi a^3\rho$ 中，整理可得 $E=\frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$。

引人深思的是相同密度的球状电荷如果从外部看，会产生和中心大小为 Q 的点电荷完全相同的电场。还有一个与此相关的有趣的故事。大家都知道牛顿是因为看见苹果落下而发现了万有引力（图 3.2），但如果把地球的质量看成全部位于一个中心，那么它与地球和苹果相互吸引的力量则是完全一致的。牛顿怎么也不明白其中的理由，所以万有引力的发表推后了 20 年。万有引力也好，库仑力也好，都遵循逆自乘的法则，所以当时牛顿烦恼的问题和现在的问题是完全相同的。如果牛顿知道高斯定理，那他也就没有什么好烦恼的了（当然高斯定理是在 100 年之后提出的）。那么，牛顿到底是如何解决这个问题的呢？原来是他创造出了可以计算地球的总质量给苹果带来影响的微积分法。

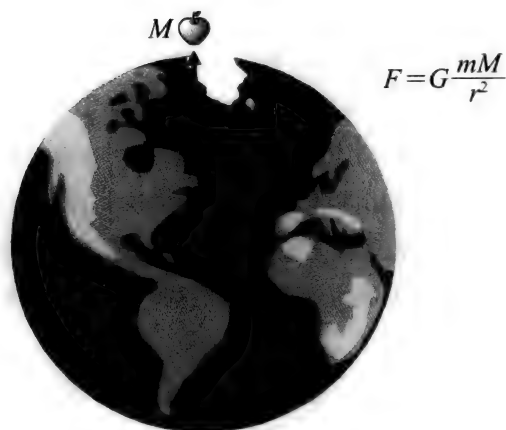


图3.2　万有引力定律

再举一个例子。我们想一想电荷分布呈无限长直线时的电场。长为 1m，电荷的密度为 q。图 3.3 显示了电荷与其周围的电力线的状态。因为对称性，电力线必然和电荷线垂直并呈放射状。如果取半径 r 的圆周，那么它表面的电场大小一定相同。下

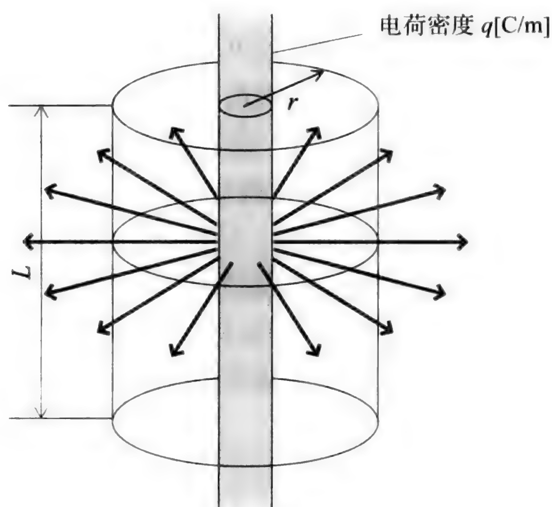


图3.3　用高斯定理解无限长电荷激发的电场

面我们取一个半径为 r、长为 L 的圆柱形。像这样用高斯定理计算的特定的封闭曲面被称为“高斯面”。为了用高斯定理计算出电场，找到“方便计算的高斯面”是关键所在。在这种情况下，圆柱的上下两个面不会有电通量射出，所以可以忽略，只计算侧面射出的电通量就可以。如果电场的大小记为 E，因为面与电场垂直，所以电通量就是 $2\varepsilon_0 E\pi rL$。内部包含的电荷为 qL，通过高斯定理可以得出

$$2\varepsilon_0 E\pi rL=qL$$

$$E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

如果像这样使用高斯定理，那么电荷在空间分布的情况下都可以简单地求出电场，但是需要注意的是，使用这个方法必须运用“对称性理论”，只有在存在便于计算的高斯面的情况下才适用。

电通量和矢量的内积

电通量是指贯穿某个面的电通密度矢量 $\vec{D}$ 的总和。从点电荷中发射出的电通量停留在球面上，在这种对称性良好的情况下，矢量 $\vec{D}$ 垂直贯穿高斯面。电通量可以通过“电通密度”×“面积”求得。那么，如果在面不是球面，电荷也不是点电荷的一般情况下，电通量又该怎么求呢。在真正的电磁学中，我们可以使用积分来计算。有某一个曲面，用细小的网格将其分割。这样一来，每一个面都可以被看作是平面，垂直于面的线也可以看成是法线。向着法线的方向，大小与平面面积 ΔA 相等的矢量被称为“面积矢量” $\Delta\vec{A}$。穿过这些微小平面的电通量可以表示为 $\Delta\vec{A}$ 和电通密度 $\vec{D}$ 的内积（参照附录“矢量和标量”）。

$$\Delta\Phi_e=\vec{D}\cdot\Delta\vec{A}$$

贯穿整个面的电通量可以将 $\Delta\Phi_e$ 全部相加。只是想要计算正确须把 ΔA 看成是无限小。这时就成了“面积分”这一数学的解法（图 3.4）。用记号表示为

$$\Phi_e = \iint_A \vec{D} \mathrm{d}\vec{A}$$

我们约定记号 $\iint_A$ 是面 A 全体的积分，把矢量 $\Delta\vec{A}$ 面积看成无限小时，写作 $\mathrm{d}\vec{A}$。

$$\vec{D} \cdot \Delta\vec{A} = \left|\vec{D}\right| \left|\Delta\vec{A}\right| \cos\theta$$

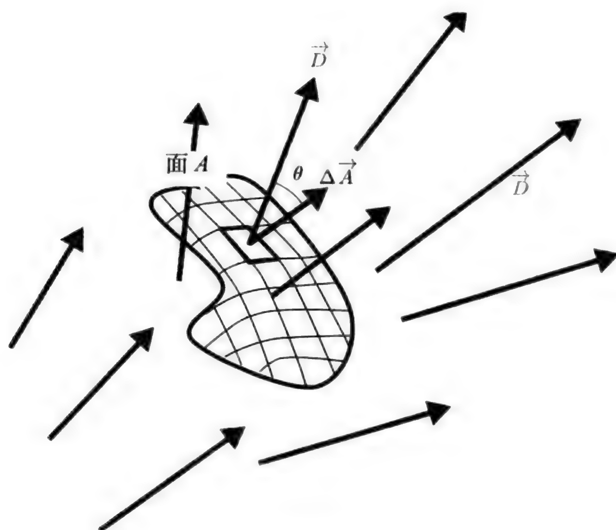


图3.4　计算电通量使用内积和面积分

电介质和电容器

电容器（C）、电阻（R）、电感器这三者是构成电子电路最重要的要素。而且，电容器和静电平衡（本章）、电阻和电流（第 4 章）、电感器和电磁感应都密切相关。这里，将电容器原理和携电介质的效果进行简单说明。

图 3.5 是电容器原理简图。电容器有两张导体板，使其接近电容器放置。这两个导体被称为“极板”。多数的电容器都因后述原因而携带电介质。好像是因为难安排放置薄而多的元件才将电容器整个包裹起来，电容器就变成了现在看到的圆筒形。

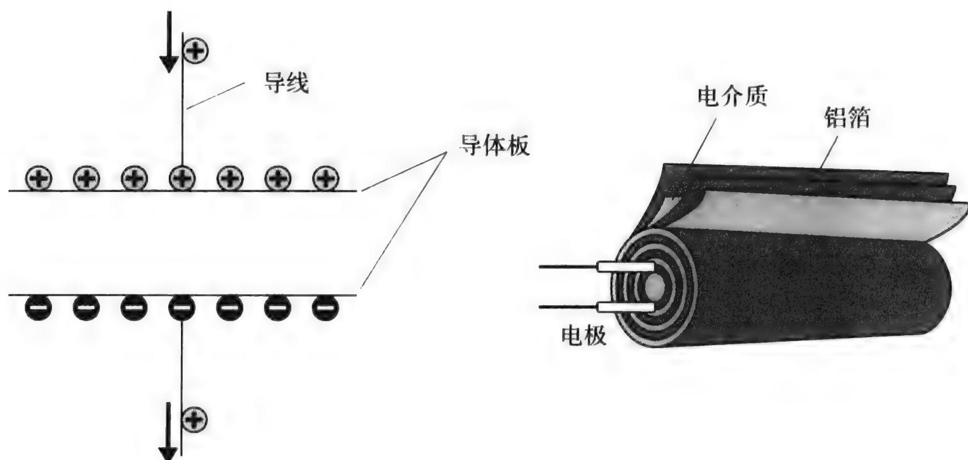


图3.5　电容器概念图

极板上安有导线，所以电荷可以容易地导入导出。现在，试着接入带正电荷的导线。到达极板的电荷向相反方向极板的正电荷聚集。如此以来，极板上的正负电荷能够相对，被称为“电容器的充电”。因为在这种状态下，极板的正负电荷会相互牵引，所以电荷不会变动。也就是说电容器可以蓄电。如果让导线的同极相接触，正负电荷会依照相反的路线相互吸引，因而离开极板实现中和，被称为“电容器的放电”。

电容器就是像这样积累电荷，并在必要的时候取出便利的元件。电容器蓄电时，两方的极板产生电位差。积蓄的电荷 Q 和极板的电位差 V 的比值叫做电容器的“容量”。单位定义为［C/V］=［F］(法［拉］)。这是以在电磁学领域做出巨大贡献的迈克尔·法拉第命名的。

因为电容器是积累电荷的装置，所以最好尽可能多地积累电荷。那么，怎样来加大电容器的容量呢。最简单的方法是通过增加极板的面积，但是这一方法是有界限的。实际上，当电容器的极板空间充满电介质时，电容器的容量会增加 ε_r 倍。下面针对这一原理进行简单说明。

图 3.6 是电容器内部展示图。如图所示，极板与极板之间是相互垂直的，通常认为会产生一样的电场。这时，极板间的电位差等于极板间的距离 d 和电场 E 的乘积。用

$$V = Ed$$

来表示。现在试将电容率 ε_r 的电介质填满极板。因为电介质有消除磁场的效果，极板间的电场会减少为

$$E' = \frac{E}{\varepsilon_r}$$

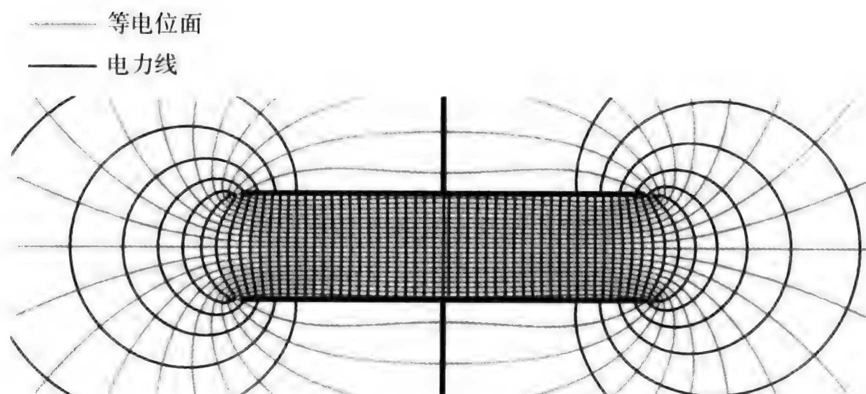


图3.6　电容内部的电场和等电位面

于是，极板的电位差也依据

$$V'=\frac{E}{\varepsilon_r}d$$

减少为最初的 $1/\varepsilon_r$ 倍。所以，在相同电压下电荷会增加至 ε_r 倍。如插入偏钛酸钡，计算电容器的容量会增加 5000 倍。电介质的极化使用说明见图 3.7。插入电介质后，与极板产生的电力线电介质端发生中和，这种情况下认为极板电场会从 $\vec{E}$ 减少到 $\vec{E}'$。若将比电容率用其他词语来表示的话，也可以用“插入电容器时极板电场减少了几分之一”的系数表示。所以，图中的比电容率用带电介质分之一来表示。

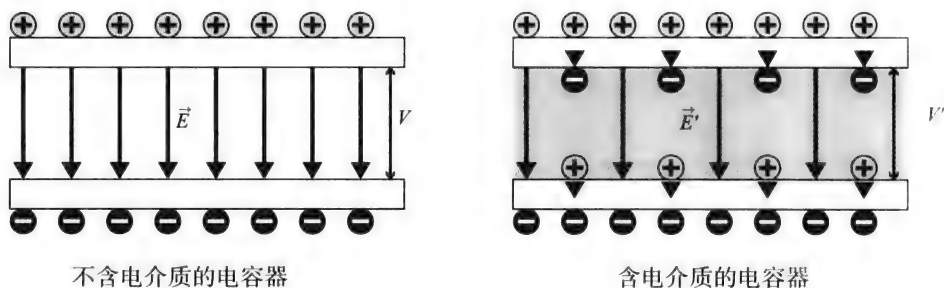


图3.7　电容器

你是否玩过第 2 章中摩擦所使用的垫板将头发吸起来的小游戏呢？这其中的原理可以用电介质和容量的关系来解释。电荷 Q 集聚在不含电介质的容量 C 的电容器里，电介质横着进入。电介质进入后电容器的容量会增加，当电荷达到一定数量，依据 $Q=CV$，极板的电压就会下降。这和积水中横着放入物质水位就会下降是一样的道理。另一方面，电容器里积蓄的能量极板电压和积蓄的电荷积成比例。也就是说，把电荷加入电介质中，电容器积蓄的能量都会减少（图 3.8）。

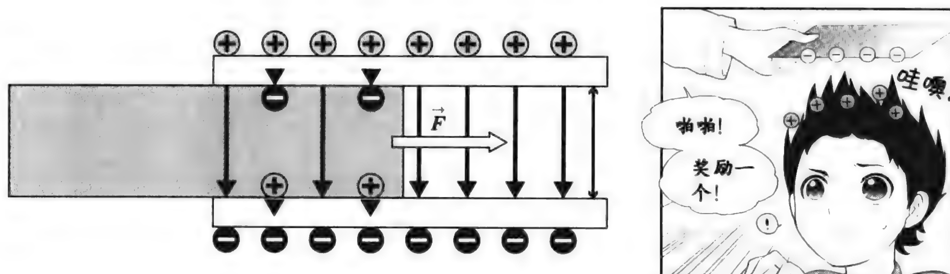


图3.8　电容器夹住的电介质的作用力

自然界有偏好低能量状态的性质。在坡上放置一个小球，小球就会自然地滚落下去。电容器如果位于可以自由出入的电介质附近，也会把电介质拉进来，这是为了使其处于低能量的状态的力在起作用。现在你知道了吗？垫板是电容器的极板，头发是电介质。这可以解释为头发想降低电容器的能量，所以通过这个作用被拉入到电容器之中。

矢量场发散代数的表现

如果存在矢量场，那么必须考虑该矢量场的"发散"。这样，高斯定理就等同于"如果电场中存在发散，那么就会有电荷密度"。那矢量场的发散具体应该如何计算呢？在对矢量场进行严密计算时，用成分来表示矢量且成分之间用代数来计算（图 3.9）。矢量的成分表示请参照附录　矢量和标量。

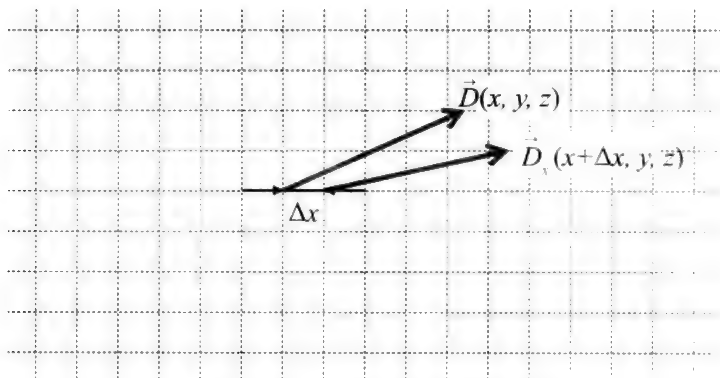


图3.9　用代数方法计算矢量的发散

现在，矢量场 $\vec{D}$ 为函数（x，y，z）

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D_x(x, y, z) \\ D_y(x, y, z) \\ D_z(x, y, z) \end{pmatrix}$$

D_x、D_y、D_z 是矢量 x、y、z 的方向成分。首先要固定 y 和 z，x 只能朝着 Δx 的方向移动。这时 $\vec{D}$ 的各个成分 D_x、D_y、D_z 稍有变化。现在，将 D_x 的变化除以 Δx，可得

$$\frac{D_x(x+\Delta x, y, z)-D_x(x, y, z)}{\Delta x}$$

如果 Δx 趋于无限小，那么就可以得到一个值，叫做“$\vec{D}$的 x 成分对 x 求偏导”，用 $\frac{\partial D_x}{\partial x}$来表示（图 3.10）。$\vec{D}$的成分有 D_x、D_y、D_z 三个，偏导的方向有 x，y，z 三个，所以三次元矢量的偏导合计有 9 个成分。

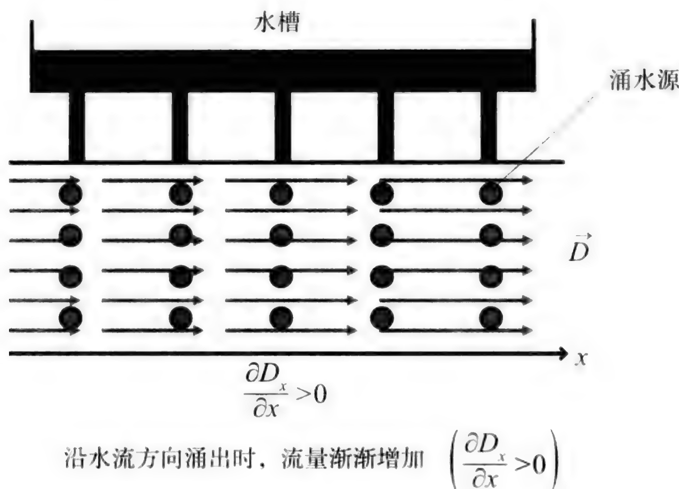


图3.10　直观理解 $\mathrm{div}\vec{D}=\frac{\partial D_x}{\partial x}$

然而令人感觉不可思议的是，某个点（x，y，z）的电通密度矢量 $\vec{D}$ 的散发是将其中三项相加，得出

$$\mathrm{div}\vec{D}=\frac{\partial D_x}{\partial x}+\frac{\partial D_y}{\partial y}+\frac{\partial D_z}{\partial z}$$

至于为什么是这个组合已经超出了本书讨论的范围，但还是要感谢首先发现这个公式的数学家。如果将上述求矢量 $\vec{D}$ 的散发公式用下面的形式直观地表示出来，就更容易理解了。现在，请想象向着 x 轴方向有一水流场 $\vec{D}$。这时的 $\vec{D}$ 只有 x 成分 D_x，就很简单了。随着 x 的增加，如果 D_x 也增加的话，就可以得出$\frac{\partial D_x}{\partial x}>0$。这是因为流量根据水流而增多，但也不会毫无理由地增多，所以这就是水流之中有水的源头的证据吧。因此，我们就可以理解$\mathrm{div}\vec{D}=\frac{\partial D_x}{\partial x}$的关系了。



电力线和电通线

在“电介质”这一概念出现之前，本章针对电场$\vec{E}$和电通密度$\vec{D}$的不同，指出最初的说明是乘以常量ε_0后，电通量的单位就会变成“C”。但在含有电介质的磁场中，我们必须将$\vec{E}$和$\vec{D}$清晰地区分使用。

首先，在第2章中我们重新定义“电力线”是连接电场$\vec{E}$的线。然后根据电力线我们也对“电通线”进行了定义。其性质是通过连接$\vec{D}$的线，从真电荷发出且到真电荷结束※。虽然电力线和电通线在真空中是完全一样的（比例常数不同），但如果存在电介质，分极电荷可以切断电力线，却不能切断电通线（表3.1）。

表3.1　电力线和电通线

电力线	连接$\vec{E}$的线	由电荷发出并到电荷结束
电通线	连接$\vec{D}$的线	由真电荷发出到真电荷结束，不受分极电荷影响

电力线和电通线的条数比是ε，即使存在电介质，$\vec{D}$也不能在边界被切断且相连接，所以电介质中的电力线比真空时要少。

为了找到电力线和电通线的不同之处，请试着用球状的电介质包围点电荷。电容率为2。在真空情况下画出相同条数的电力线和电通线（图3.11）。

※ 分极电荷并不是所谓的“冒牌货”，因其无法从原子中取出而加以区分。

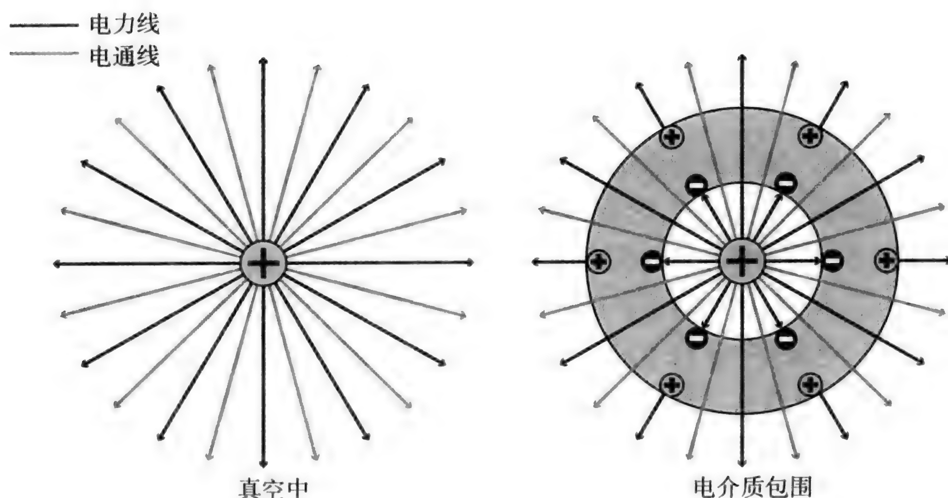


图3.11　试将电容率为2的电介质球包围点电荷

点电荷产生的电场，在真空中被定义为

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

因为约定电介质是电容率的 $2\varepsilon_0$ 的空间，所以，电介质中的电场为

$$E = \frac{1}{4\pi(2\varepsilon_0)}\frac{q}{r^2}$$

另外，电通密度与电介质的有无无关，可以用

$$D = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}$$

表示。现在再来看电力线。点电荷释放出的电力线，有一半会被吸入电介质内侧的极化电荷。所以，电力线会少于电介质内侧的空洞。电介质中的电场和电通密度的比应为$E = \dfrac{D}{2\varepsilon_0}$。虽然电介质的外侧会依据$E = \dfrac{D}{\varepsilon_0}$再次复活，但是，实际上一半的电力线都是由极化电荷生成的。另一方面，因为电通线和极化电荷没有关系，所以不切断中心的点电荷呈放射状发散。

COLUMN 专题

关于“物理量”“单位”和“量纲”

物理学将“物理量”作为研究对象。那么，所谓的物理量是什么呢。它的定义是“按照某标准，测量其大小是标准的多少倍的量值”。比如，“热度”不能作为“温度”的物理量。并且，所有物理量的标准大小“单位”都是有规定的。某一物理量可能会有很多单位。比如说长度，日本的传统单位有“尺”“寸”，英国有“码”“英寸”，诸如此类。一旦确定了单位，就相应地确定了这一标准下的长度。但是，因为一个物理量存在多个单位，一旦单位混在一起，就必须要进行换算，变得非常麻烦。而且，曾经发生过使用“码、磅”单位制的美国工作人员和使用“米”单位制的欧洲工作人员共同操作变速装置而导致探测机冲入火星造成巨大损失的悲剧。于是，依照“一个物理量对应一个单位”的号召，以法国为中心开始筹划采用“SI 单位制”，现在英国和美国也开始决定采用这一单位制度。

SI 单位制以形成于 18 世纪的“米”制为基础，将长度单位定为“m”，时间单位定为“s”，质量单位定为“kg”。SI 单位制的变动在我们的日常生活中也可以切身感觉到。最近，还进一步规定了，表示食品热量单位的“cal”改为“J”，汽车马力单位“PS”改为“kW”。气压单位也从“毫巴”（mbar）改为“百帕斯卡”（hPa）。总之，不会允许签证和季节用“英寸”表示吧。（笑）

接着来想一想“组合单位”。比如，速度是单位时间内行驶的距离，所以用距离“m”除以时间“s”表示。此时，单位的计算也一样由长度单位除以时间单位得到。所以速度单位就是“m”/“s”=“m/s”。像这样由基本单位组合而成的单位叫做“组合单位”。很多时候也专门给这些组合单位命名，比如将力学单位“$kg \cdot m/s^2$”命名为“牛顿”（牛）。电磁学方面，在“m”、“kg”、“s”这些电磁学的基本单位上再加一个单位，所有的电磁学的组合单位就应运而生了。另外，在 SI 单位制中规定电磁学的基本单位是“安培”（安）。这一单位是“MKSA 单位制”中规定的标准现代电磁学单位。

还有很重要的是，对于所有物理量而言，表示该量基本单位的组合单位都只有一个。这一物理量叫做“量纲”※。举个例子说明。SI 单位制中的能量单位是“焦耳”(焦)，力学中学习的工作 = 能量定理中，能量用“力”(牛) × “推动距离”(m) 来计算。因为两者都表示能量，所以称“J”和“N·m”为“有相同的量纲”。另外，因为“N”是“kg · m/s²”的组合单位，所以“J”就是“kg · m²/s²”的组合单位。其他求能量的公式，比如重力势能，$U=mgh$，试着查查它的量纲。m 代表质量“kg”，g 代表重力加速度“m/s²”，h 代表高度“m”，所以量纲就是“kg · m²/s²”。如此看来，世界上所有的能量一定都可以分解为“kg · m²/s²”，这就是物理量都有量纲的意义。大家都知道爱因斯坦的 $E=mc^2$ 这一著名公式。等式右侧的量纲就是“kg · m²/s²”吧。

物理量的量纲中有两个重要原则。分别是

1. 等式两端必须是同样的量纲
2. 量纲不同的物理量不能相加减

也就是说没有等于 1m 的质量，1kg 和 1s 也不能相加。使用这一规则，决定了 MKSA 单位制中真空电容率 ε_0 的量纲。库仑定理中

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

等式左侧的量纲为 [N]，所以等式右侧的量纲也为 [N]，这就决定了 ε_0 的量纲为 [C²/(N·m²)]。此时可以忽视 4 或者 π 这些没有量纲的量。还有，是将它表示成 [kg] [s] [A] 还是表示成 [A² · s⁴/ (kg · m³)] 留给读者思考。但是，一般情况下真空电容率的单位用 [F/m] 表示。这里的 [F] 是之前说到的电容器的容量单位，其量纲为 [C/V]。所以有 [F/m] = [C/ (V · m)]，拆开的话就变成了 [A² · s⁴/ (kg · m³)]。

※ SI 的基本单位有 7 个，分别是 [m]，[kg]，[s]，[A]，[K]，[cd]，[mol]。

本章学习了高斯定理“闭合曲面所包围的所有电荷量 Q [C] 等于闭合曲面发出的电通量 Φ_e”。根据上述量纲规则可知，电通量 Φ_e 的量纲也必须是 [C]。一方面，因为电通密度 $\vec{D}$ 可以通过 $\varepsilon_0\vec{E}$ 得到，电通量等于电通量密度乘以面积 A [m^2]，所以可得

· 由 $\vec{F}=q\vec{E}$ 得到 $\vec{E}$ 的量纲为 [N/C]
· $\varepsilon_0\vec{E}$ 的量纲为 [N/C] [C^2/（N · m^2）] = [C/m^2]
· $\Phi_e=\vec{D}\cdot\vec{A}$ 的量纲为 [C/m^2] · [m^2] = [C]

由此可见，量纲法则得到了遵守。像这样，从物理量的角度解析叫做“量纲解析”。量纲解析，不仅限于电磁学，是对整个物理学都适用的强有力的工具。试着举个简单的例子。摆的周期公式如下：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$$

T：摆的周期 [s]；
l：摆的长度 [m]；
g：重力加速度 [m/s^2]。

实际上，这个公式是错误的。为什么这么说，下面我们用量纲解析就可以解释清楚。看等式的右端。忽略 2π，得到公式 $\sqrt{\frac{[m/s^2]}{[m]}}=\frac{1}{[s]}$。等式左端的量纲为 [s]，也就是说等式左端和右端的量纲不同。像这样，使用量纲分析能大量减少计算的错误，也能从数学等式观察获得新的原理。在国际物理奥林匹克（iPh007）上，以量纲解析为依据解释“舒帕路斯巴鲁特面”“霍金放射”这样的问题。量纲解析虽然是一般相对论中较为难以理解的概念之一，却能让高中生也能够解决这些难题。

顺便提示一下，正确的摆公式是

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

专题　元素周期表与导体，绝缘体

现在我们所知的元素有 100 多种。比铀（原子序数 92）的原子序数大的元素都是人造的，所以在此之前谁也不知道它们的踪迹。原子序数是一个原子所拥有的电子数目。电子就像洋葱一样一层一层包围着原子核。我们把这个称为原子的“壳”。电子数量越多，壳也就越多，但是无论在何种情况下，最外侧的壳中最多只能有 8 个（氢，氦有 2 个）电子。归纳这一规律的表称为“周期表”，它将最外层电子数相同的元素纵向排列（参照表 3.2）。原子在最外层充满电子的情况下最稳定，相反则为了成为稳定的壳而活泼运动。这就是“化学反应”。

在化学的世界中，“金属”分类的元素最外层壳中只有 1 个或 2 个数量很少的电子。这样的元素如果放出最外层电子，里面一层的轨道又会呈现满满的状态，所以很稳定。因此金属中集中了很多原子，它们相互之间放出的电子在原子间自由移动，像胶水一样将原子紧紧连接，这被称为“金属结合”（图 3.12）。电子不属于某个特定的原子且自由移动，因此从电磁学的立场来看，它们是“导体”。

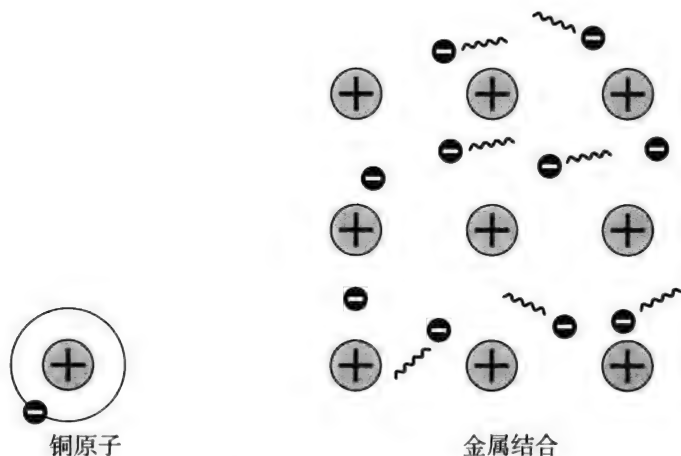


图3.12　金属结合

如果提及有的物质的电子少于 8 个该怎么办时，最简单的方法是将两个原子配成

表3.2 元素周期表

周期＼族	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB			IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H 氢																	2 He 氦
2	3 Li 锂	4 Be 铍											5 B 硼	6 C 碳	7 N 氮	8 O 氧	9 F 氟	10 Ne 氖
3	11 Na 钠	12 Mg 镁											13 Al 铝	14 Si 硅	15 P 磷	16 S 硫	17 Cl 氯	18 Ar 氩
4	19 K 钾	20 Ca 钙	21 Sc 钪	22 Ti 钛	23 V 钒	24 Cr 铬	25 Mn 锰	26 Fe 铁	27 Co 钴	28 Ni 镍	29 Cu 铜	30 Zn 锌	31 Ga 镓	32 Ge 锗	33 As 砷	34 Se 硒	35 Br 溴	36 Kr 氪
5	37 Rb 铷	38 Sr 锶	39 Y 钇	40 Zr 锆	41 Nb 铌	42 Mo 钼	43 Tc 锝	44 Ru 钌	45 Rh 铑	46 Pd 钯	47 Ag 银	48 Cd 镉	49 In 铟	50 Sn 锡	51 Sb 锑	52 Te 碲	53 I 碘	54 Xe 氙
6	55 Cs 铯	56 Ba 钡	57~71 镧系	72 Hf 铪	73 Ta 钽	74 W 钨	75 Re 铼	76 Os 锇	77 Ir 铱	78 Pt 铂	79 Au 金	80 Hg 汞	81 Tl 铊	82 Pb 铅	83 Bi 铋	84 Po 钋	85 At 砹	86 Rn 氡
7	87 Fr 钫	88 Ra 镭	89~103 锕系	104 Rf 𬬻	105 Db 𬭊	106 Sg 𬭳	107 Bh 𬭛	108 Hs 𬭶	109 Mt 鿏	110 Ds 𫟼	111 Rg 𬬭	112 uub	113 uut					

镧系	57 La 镧	58 Ce 铈	59 Pr 镨	60 Nd 钕	61 Pm 钷	62 Sm 钐	63 Eu 铕	64 Gd 钆	65 Tb 铽	66 Dy 镝	67 Ho 钬	68 Er 铒	69 Tm 铥	70 Yb 镱	71 Lu 镥
锕系	89 Ac 锕	90 Th 钍	91 Pa 镤	92 U 铀	93 Np 镎	94 Pu 钚	95 Am 镅	96 Cm 锔	97 Bk 锫	98 Cf 锎	99 Es 锿	100 Fm 镄	101 Md 钔	102 No 锘	103 Lr 铹

图例：碱金属；碱土类金属；非金属；过渡金属；半金属；稀有气体

一组，互相借一个电子，使它合计成为 8 个即可，这就是“共有结合”（图 3.13）。碳、硅等元素的最外层电子数正好 4 个，是种很“暧昧”的元素，因此可以有很多种结合方式。

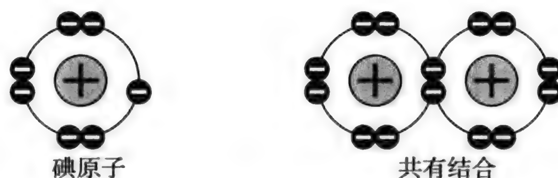


图3.13　共有结合

构成人身体的物质可以使碳成为骨骼，也是巧妙地利用了碳可以组成多种结合状态，用少数的材料就可以构成多种物质的特性。共有结合的原子不放出电子所以形成了“绝缘体”。

在周期表最右侧排列的原子因为自用拥有 8 个最外层电子，即使不进行化学结合也很稳定，因此它们也不能利用化学反应进行收集和提纯加工，想要收集十分费事。这些元素被称为“稀有气体”。

周期表最左侧多出一个电子的元素和右数第二个，缺少一个电子的元素如果相遇会怎样？左侧元素给右侧元素一个电子，变成 8 个，右侧元素获得一个电子也变成 8 个。这样双方都处于很幸运的状态。然后，放出电子的元素多拥有一个正电荷，获得电子的元素也多拥有一个负电荷。当然，它们因为库仑力而相互吸引坚固地组合在一起。这便是“离子结合”。可以进行离子结合的物质一般称为“盐”。氯化钠是其中最具代表性的物质。

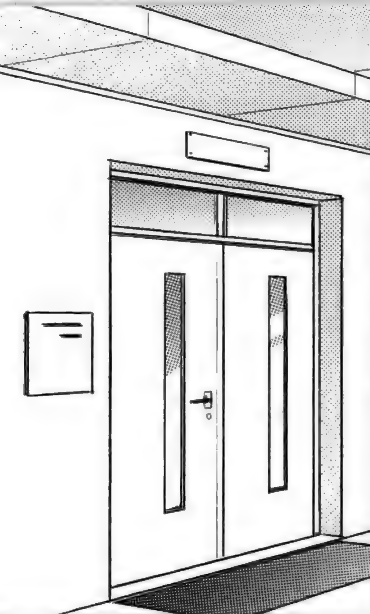
离子结合有趣的地方在于如果加入了像水一样的液体，就无法结合，拥有正电荷的元素和拥有负电荷的元素就会变得乱七八糟。也就是说，可以进行离子结合的物质必须溶于水（也很难溶的物质）。那么，溶于水的盐又会呈现怎么样的状态呢？原来拥有正电荷的原子和拥有负电荷的原子会在水这个媒介中自由移动。这分别称为“正离子”和“负离子”。溶于水的离子带有从外部来的电场，受到库仑力影响，分别向相反方向移动。也就是说离子和水溶液都是导体。在电池和干电池等通过化学反应产生电力的装置中，这些离子起着十分重要的作用。虽说名叫“干电池”，但其实内部是湿润的。在漫画和电影中可以看到洗澡时使用电器而触电的画面，这是因为洗澡水不是纯净的，而是由很多溶解在内的离子组成。纯净的水基本上是不会导电的。

CHAPTER4

第 4 章

电流与磁场





喂，
我有正经事
要和你说。

对不起！
什么？

突然向人家表白，
人家心里还……
那个，
话说结婚什么的，还太早啊……
不是向你
求婚啦!!
什么人啊！

我，
看见了……
你在……

呀
羞
羞
!!
讨厌啦!!
那种事都被你看到，
就不能嫁给你了……

你、你会负责任的，
对吧？
你到底是嫁
还是不嫁啊！
——晕，
我也糊涂了。
哪个都不是！


我亲眼目睹了你的实验。
特大的爆炸。

……

那个，
难道……
是在研制武器吗？

……
是的。

你看见的是电磁发射炮。
啊……

这种武器的最终目的是破坏行星！
发射!!
用它就可以征服世界啦！
火箭炮!?

不是这个意思啦！
哎呀
哎呀
那是哪个意思？

你来到这里是为了学习自然科学知识的，不是吗？

不是来照搬照抄别人的意见。

而是下定决心要通过学习物理规律了解这个世界，不是吗？

……

我只能简单地回答你……

如果我说那不是我，你会相信吗？

什么？

我的实验是怎么回事？

哦哦！

会让你了解一切的，然后你要做出自己的判断。

看吧，就算被你瞧见了，你也不明白是怎么回事呀！

你的知识完全不够！

那个，的确是……

所以，

努力学习吧！

噗通

4.1 电流的定义

我可是会严格要求的哦！

今天的学习内容是电流和磁场。

哇！

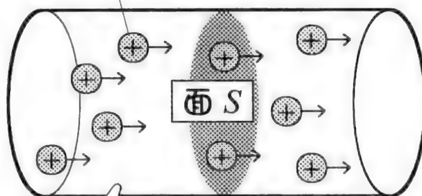
总算电和磁
同时出现了啊。

首先，
电流的意思是电荷
流动。

单位 A（安培）

A

安培



电流的意义

数数 1s 内从这（面 S）通过的正电荷有多少。

当数量为 1C 时，流过导线的电流为 1A（安培）。

我们说电流大，
指的就是有很多的
电荷在移动啊！

咔嗒

接下来，
我们想想看
更普通的情况。

与电通密度矢量 $\vec{D}$ 那样，
我们一起考虑电流密度
矢量 $\vec{i}$ 的量。

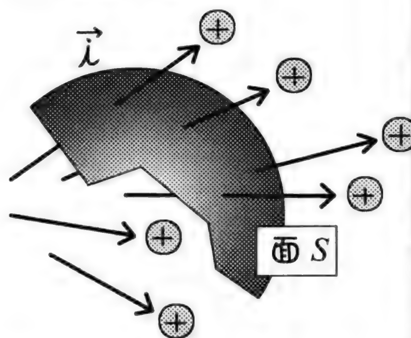
啪！

你注意到关键问题
了哟！

电通量 Φ_e [C] 电通密度 $\vec{D}$ [C/m^2]

电流 I [A] 电流密度 $\vec{i}$ [A/m^2]

※ 请参照“3.1 电通密度”。

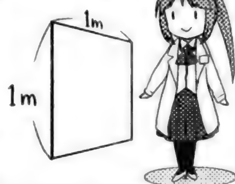


电流密度矢量场

电流密度的单位
是 [A/m^2]，

表示每平方米
某处电流量的大小。

咦？
和电通量好相似呀！



电流是“穿过某一面电
流密度矢量的总和”，

人们通常这样
认为。

这样一对照就
明白多啦！

而且无论什么样的电荷移
动，都能用电流来表示呀。





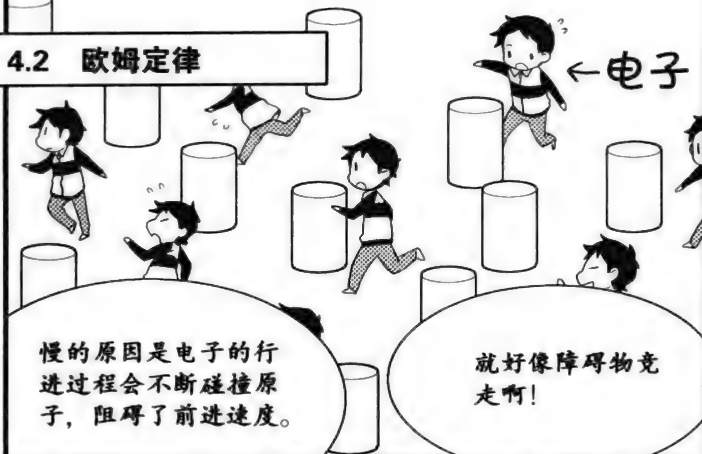






※ 如在导体的边缘压住电子，“被压住”的信息会像接力一样从一个电子传到下一个电子，以光速前进。

4.2 欧姆定律



←电子
慢的原因是电子的行进过程会不断碰撞原子，阻碍了前进速度。
就好像障碍物竞走啊！



所以为了电流不间断流动，需要经常从一边挤压电子。



障碍物竞走
挤压电子？
怎么做？



对电荷施力的是电场啊！
电流流动时，导线中是存在电场的。



欧姆定律
$\vec{i} = \sigma\vec{E}$
$\vec{i}$ 电流密度 [A/m²]
σ 电导率（介质固有的常数）[S/m]
$\vec{E}$ 电场 [V/m]
这个是“欧姆定律”。
德国物理学家乔治·西蒙·欧姆发现了电流密度和电场之间的这种关系。



电导率表示电流流通的快慢，
每种介质的电导率都不同，比如金的电导率较高，常用于制造音响制品的插头。



我一直以为耳机插头用金属材质只是为了好看呢！



磁石的特性

- 磁石一定有两个极，即 N 极和 S 极。
- 同 N 级或 S 极之间相互排斥，N 极和 S 极之间相互吸引。
- 将磁石切割一半，两块磁石仍然各自有 N 极和 S 极。也就是说，N 或 S 不可能单独存在。
- 磁极影响的力也遵守与库仑定律一样的反平方法则。

磁石的特性早在公元前就被人所知，但是"为什么会这样呢"这个问题却始终是一个未解之谜。

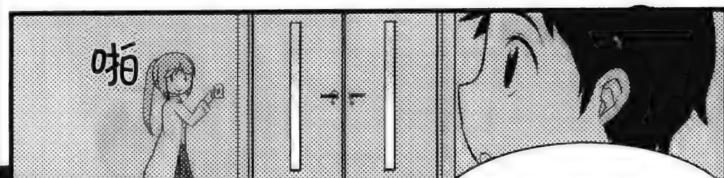


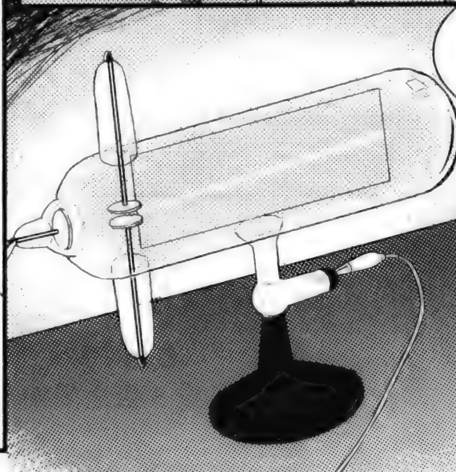














磁场的特性

- 磁石的磁极激发出磁场 $\vec{B}$。
- 磁场是磁石 N 极到 S 极方向的矢量场。
- 磁场中电荷 q 的荷电粒子受到与其运动方向垂直的作用力 $\vec{F}$。

※ 亨得利克・洛伦兹，荷兰物理学家。

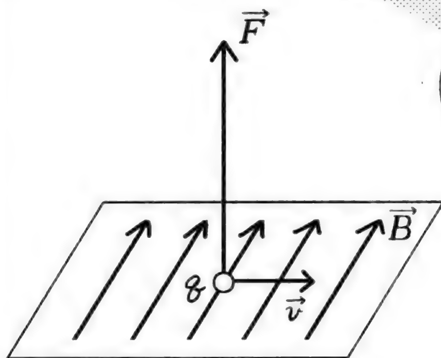
洛伦兹力$\vec{F}$
是由什么决定的？

受到作用力$\vec{F}$

$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

$\vec{F}$ 作用力 [N]
q 电荷 [C]
$\vec{v}$ 荷电粒子的速度 [m/s]
$\vec{B}$ 磁场 [T]※

荷电粒子受到的作用力$\vec{F}$与磁场$\vec{B}$、速度$\vec{v}$的关系是这样的



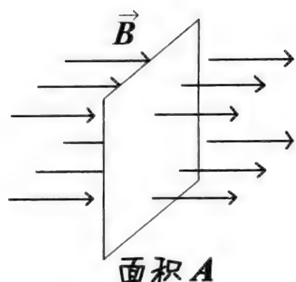
因为成了“外积”（参照附录），所以作用力既垂直于磁场，也垂直于运动方向。

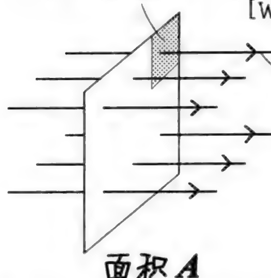
如速度为0，
那么电荷不会受到来自磁场的作用力。

这是了解磁力本质的关键要素之一。

明白了……

※ 磁场$\vec{B}$的单位是 T（特斯拉）。但是电通量的单位是 [Wb]（韦伯），因此也可以写成 [Wb/m^2]。





穿过某一面的磁通量为 BA[Wb]

磁场矢量 $\vec{B}$ 别称“磁通密度”。

我们后面还会用到，这里先定义为“磁通量”。

含义和电通量密度一样，即“单位面积内的磁通量大小”，是一种矢量场。

电通量还可以数数电力线，磁通量可怎么数啊？

这个问题有点复杂哦。

当初磁场的本质还不太清楚的时候，人们用从 N 或 S 的“磁荷”激发出的磁场矢量 $\vec{H}$，

乘以“真空透磁率”……得到磁通密度 $\vec{B}$。

但是，后来人们终于发现“磁荷”并不存在，磁场矢量并非 $\vec{H}$ 而应该是 $\vec{B}$。

可是如果重新定义又会引起混乱，所以仍沿用旧名称。

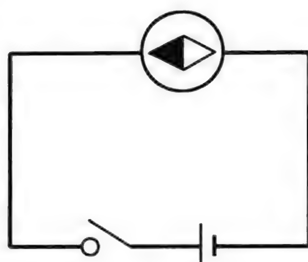
电场 $\vec{E}$ [V/m]　电通密度 $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$ [C/m²]

磁场 $\vec{H}$ [A/m]　磁通密度 $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$ [Wb/m²]

这么一排列，E 和 H、D 和 B 的对应关系就一目了然啦！

※ $\vec{H}$ 将在后面的章节“登场”。

4.4 电流和磁场



奥斯特实验

受当时知识和“对称性议论”所限，人们很难想象用这么简单的道具就能使方位磁针动起来。

电流流动时方位磁针转动。

就是说，
电流和磁石一样会生成磁场。

罗盘

ON

这一现象是在 1820 年被一位丹麦物理学家奥斯特发现的。

原来是电磁石的原理呀！

是啊。在此之前，电和磁的学科研究一直是各自为政、独立发展的。

现在电流发挥了媒介作用，终于把它们俩连接到了一起。

电

磁

我们在最开始的时候讲过电流就是电子的流通，还记得吧？

啊，啊！

换句话说，
磁场是因电荷流动而产生的。

所以我们可以得出这样的结论：

磁场是“运动电荷相互影响的作用力”。

那，磁石的磁场是由什么激发出来的呢？

磁石的磁场也是电流激发的呀！

可电流在磁场中是不流动的啊！

其实要解释清楚磁石磁场的本质很花时间的。

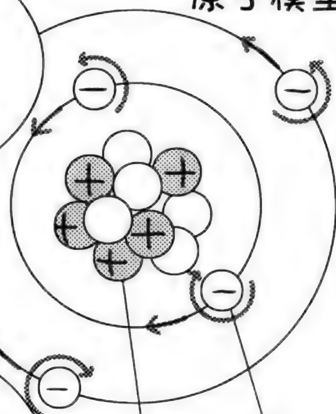
你知道，进入 20 世纪后，“量子力学”已有了长足的发展。

是的！

量子力学研究出了原子的结构，教人们了解了电子在原子内部旋转。

它是电流的一种，所以也能激发磁场。

也就是说，进入 20 世纪以后，人们才知道原子内部的电流是磁石产生磁场的原因。



到解开磁石的奥秘可真走了很长的路呢！

现在你知道了为什么这个世界不存在“磁荷”这种东西了吧！

所有的磁场都是由电流激发的。

这个也帮你挂起来？

不用啦！


咚……
咚……
电流和磁场
都清楚了吧。


那，
这个周六你要把
时间空出来。
哦！


嘿


嗯
骄傲什么嘛……


我要让你亲眼看看，
我们在做什么。

小 结

电子的移动和电流

流过导体的电流速度是多少，请具体计算一下。现在，请简单想象导体的断面面积正好为 $1m^2$。导体中充满了密度为 $n[m^{-3}]$ 的自由电子，移动速度平均为 $v_d[m/s]$。如果电子的电荷量为 $-e(-1.6\times10^{-19}C)$，每秒通过与电流垂直的面 ($1m^2$) 的电荷量如图 4.1 所示，可以用 $-nev_d$ 进行计算。接下来，如果将导线的断面面积看做是 A，通过 A 的电流可以由通过 $1m^2$ 面的电流 × 导线的断面面积求得，所以电流可以用电子的移动速度和电子密度来表示，即

$$I = -nev_dA$$

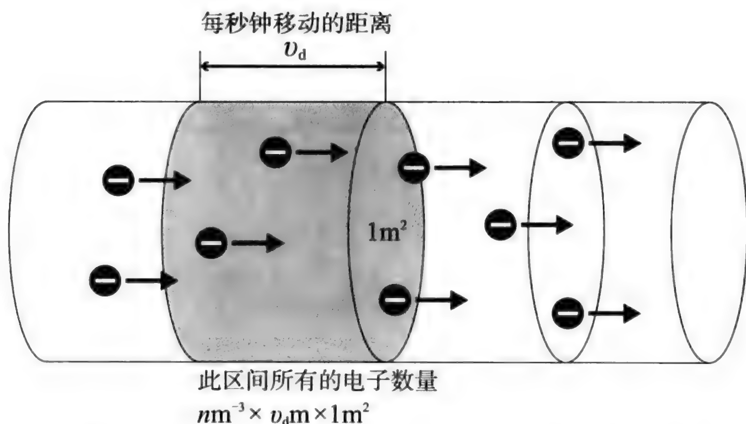


图 4.1　在截断面积 $1m^2$ 的导线中移动的电荷与电流的关系

下面将具体数值代入。假设导线的材料为铜，断面面积为 $1mm^2$。如果有 1A 的电流流经此处，那么电子的移动速度是多少？铜的电子密度 n 大概是 $8.5\times10^{28}m^{-3}$。把 e 代入计算，得 $v_d=7.4\times10^{-5}m/s$。虽说小于 0.1mm/s，但速度也跟细菌差不多。所以我们可以知道其速度慢得惊人。

但请注意，我们现在计算的是电子集团的平均移动速度。电子在导体中随机任意运动，遇到原子就弹回并且如此往复（参照第 103 页）。此时的电子速度是“费米速度”且相当快，达数千千米每小时。其程度约是光速的 1%。但还是达不到安腾在漫画中指出的“光速”。那么，到底什么是“光速”呢？

现在，请想象一个游戏。按压长棍的一端，如果看见棍子的另一端动了，就举起旗帜。你是不是期待当你按下棍子的一瞬间就可以看到同伴举起旗帜（图 4.2）。但遗憾的是答案并非如此。无论你按下棍子的速度有多块，即使是立即敲响它，这个效果也无法超过在棍子上传播的声速。一般典型的固体材料的速度为 1000m/s。

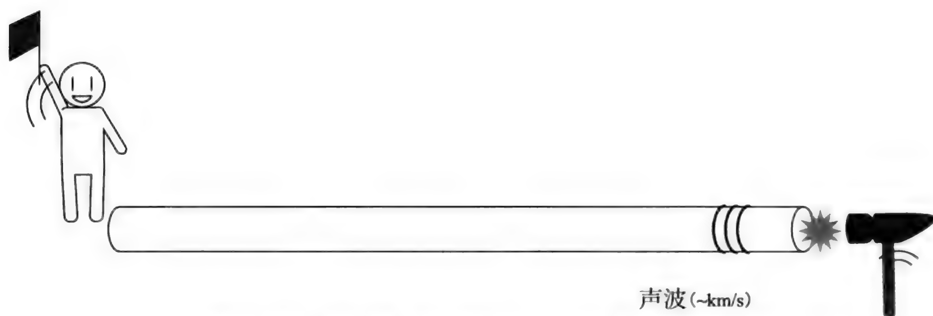


图 4.2 发出长棍“已按压”的信号只能以声速传播

试着用导线和电荷来做同样的实验。如果一个电子从导体的一端进入，另一端就会有一个电子弹出。这期间，电子依次碰撞旁边的电子，传递该效果的速度是电场的波，也就是电磁波的速度。本书最后叙述的是电磁波的速度与光速相同，为 3×10^5km/s。在这个意义上讲，安藤阐述的是正确的。



电阻器的电阻与欧姆定律

本书所定义的欧姆定律与在高中学到的不同。

$$\vec{i} = \sigma\vec{E}$$

$\vec{i}$ ：电流密度［A/m^2］

σ ：电导率（物质固有常量）［S/m］

E ：电场［V/m］

但是，欧姆所发现的真正的欧姆定律正是这个。我们在高中学到的只不过是欧姆定律的一个应用实例罢了。高中老师教给我们，“给予带有电阻值 R 的某电阻器一定的电位差 V，便会产生电流 I”。那么，真正的欧姆定律和我们在高中学到的变体版欧姆定律到底有怎样的关系呢。

如图 4.3 所示，电阻器是将电导率小的物质如炭粉等进行适当凝固，并在凝固后形成的物体的两端接上导体的传输接头而形成的新物体。在电阻器的两端给予电位差 V，便会产生电流 I。于是，在它们之间便产生了这样的关系：

$$V=IR$$

V ：电极间的电位差［V］

I ：流入电阻器的电流［A］

R ：电阻值［Ω］

电阻器两端的电位差 V［V］和流入的电流 I［A］的比率 R 被称为电阻，［V/A］的单位称为［Ω］。这就是我们在高校时学到的欧姆定律。那么，让我们从物质的常量——电导率 σ 的角度来看一下。

假设电阻器是一个横截面积为 A，长度为 L 的导体。给予两端的电极电位差后，电阻器中也会产生一样的电场和一样的电流。从电位 V 与电场 E 的关系来分析，在电场一样的情况下，便能得出 $E=V/L$ 的关系。又知电流密度 $\vec{i}=I/A$ 。由于我们明确了无论哪种关系都是以电阻为中心方向进行研究而得出的，所以可以用换算表示。把欧姆定律 $\vec{i}=\sigma\vec{E}$ 代入即可得出以下关系：

$$\frac{I}{A} = \sigma\frac{V}{L}$$

变形后可得出

$$V = \frac{L}{\sigma A} I$$

此时，再将 $R = \frac{L}{\sigma A}$ [Ω]代入其中，便导出了我们所熟知的变体版欧姆定律。

通过次元解析可知，电导率的次元为［1/（Ω · m）］。［Ω］的倒数即电导的单位为西门子［S］电导率 σ 的单位则以［S/m］来表示。但是，由于［S］=［Ω^{-1}］，所以作为比率最近的单位（1971 年），也有用［1/（Ω · m）］来表示的。

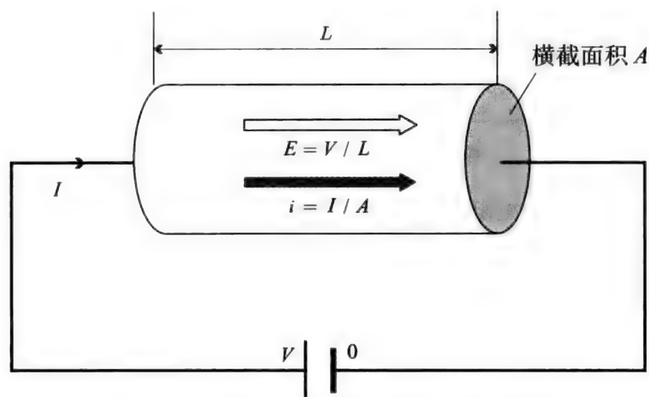
另外，电导率 σ 还经常用它的倒数电阻率 ρ 来测量。ρ 同样也是物质的常量，用来表示电流流动时的阻碍程度。它与电导率的关系式为

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

运用电阻率就可以表示出电阻器的电阻值，即

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

因为电阻率的单位是电导率的倒数，所以理所当然的可以用 [Ω · m] 表示。



◆图 4.3　电气电路中使用的电阻器概念图

焦耳热

当电流通过带有一定电阻的导体时，想想会发生什么。一个个的电荷开始沿着电场移动起来。也就是说，电场负担起了让电荷运动的工作。为什么说让电荷运动这项工作是必要的呢，原因就在于摩擦电阻的存在。那么，在做让电荷运动这项工作时所损失的力学上所说的能量又去了哪里呢。让我们举个例子想想看，其实这就好比在有摩擦的平面上拖拽重物一样。工作所损失的能量转化为了热量。回过头来讲，就是说电流流过带有一定电阻的导体时产生了热量。在此产生的热别特殊命名为“焦耳热”（图 4.4）。

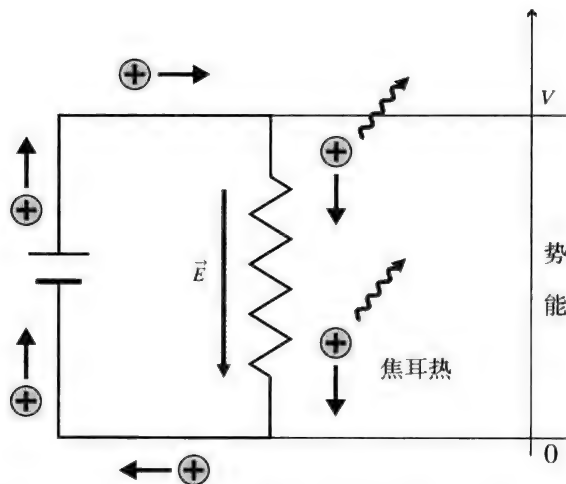


图 4.4　电阻器中的电场担任的工作与能量、焦耳热的关系

下面，让我们来研究一下电压、电流和焦耳热之间的关系。现在，将电流 I 通过两端电位差 V 的电阻。这样，与时间 Δt 相应的 $\Delta Q = I\Delta t$ [C] 的电荷便进入电阻中，并与从电阻中流失的电荷相等。电位差的单位 [V] 的定义是，“运输 1C 的电荷时，电场做 1J 的功所得的电势差为 1V ”。电场在 Δt 这一时间内所做的功 ΔW 用电位差 V 的定义可以表示为

$$\Delta W = \Delta QV$$

将其换算成每秒便可得出

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV$$

由此可知，电阻中每秒转化为热的能量等于电压 V 和电流 I 的积。这被称为电阻的“消耗电力”。消耗电力的单位在力学上被称为功率，每秒所做的功即是［W］（瓦特）。事实上，瓦特其实早已为人们熟知。你去电器行买电器，无论是什么电器都一定会标明它的耗电量。

根据电流、电压、电阻的组合关系，运用欧姆定律，便可以得出几个消耗电力（耗电量）P 的计算方法。用公式可表示为

$$P = IV = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

V：电极间的电位差［V］

I：流经电阻器的电流［A］

R：电阻值［Ω］

在我们的日常生活中，大家还经常会见到与电力单位相似，但意思却完全不同的单位。这便是“kW · h”（千瓦时）。如果把“kW · h”称为“电力”单位就麻烦了（实际上把“kW · h”当做“电力量”误用的大有人在）。“瓦特”与“千瓦时”的性质完全不同，“kW · h”是用来表示能量的单位。1 kW · h 即耗电为 1 kW 的机械使用 1h，机械所消耗的电能，计算出来为 3.6MJ。在电视上偶尔会听到这样的表达“每天消耗多少多少瓦特”，这种表达实在让人非常头疼。正确的表达应该是“如果一整天用电 100 W，则其耗电量为 2.4 kW · h”。

磁 场

在本章中，我们知道了磁场是"电流对电流施加的力"，但是这样就可以理解了吗？为什么电流会对电流施加力呢？很多电磁学的教科书认为这和库仑力是相同的，但在这里我们还要做更进一步的阐述。

如图 4.5 所示，在有电流通过的导电旁边放置一个正电荷。为了使下面的内容更加简单易懂，导线中存在正、负等量的电荷，用速度 v 向相反方向移动。从定义中我们可以知道，电流方向是由图的下方向上方的。导线中全部的电荷形成了电场，正、负电荷数量相同，所以合成之后导线外侧的电场为 0。因此外部的电荷不受力。

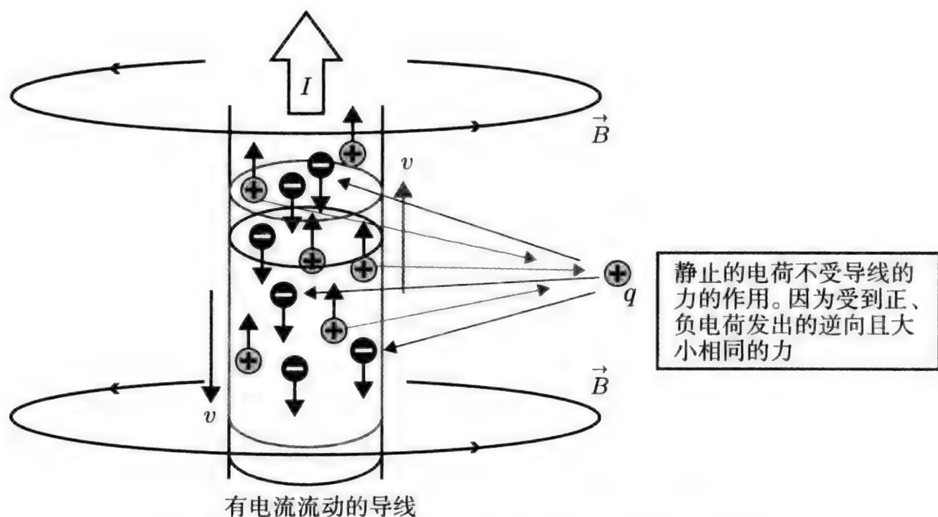


图 4.5 电流附近的荷电粒子。粒子不受来自导线的作用力

下面使电荷与电流平行，速度为 v_0。因为导线外侧有电流形成的磁场，电荷受到电流的引力$\vec{F}\left(=q\vec{v}_0\times\vec{B}\right)$。这是观测得到的事实。下面观察一下与移动电荷速度相同的移动现象。只是观察的立场变了，但电荷受力这一现象应该没有变化。但是，这次在观察者看来电荷是静止的。那在这种情况下，电荷为什么会通过电流受力呢？

物理学中有一概念称作“相对性原理”，是指“物理现象无论在何立场看来都是相同的”。在这种情况下，静止的人也好，与电荷一起运动的人也好，都可以看到“被电流吸引的荷电粒子”现象。但和电流一起运动的人却不能解释这一理由。电磁学的理论有什么缺陷呢?

深究此问题的伯尔尼专利局职员，阿尔伯特·爱因斯坦注意到了某个事实。1905年，他发表了以《论动体的电力动学》为题的论文。其后，这被人们称为“狭义相对性原理”。这个新理论从根本上改变了我们对所居住的世界的理解。以前我们对“动”和“静”的认识其实是错误的。

“狭义相对论”前提条件是“光在真空中的传播速度是固定不变的”。虽然我们直观地相信即使追赶光，远处的光速不变，但这是观测得出的事实。如果认可这个事实，那就必须相信相对于自己运动的物体，其运动方向要比实际看到的短，这被称为“洛伦兹收缩”※。当然，在日常生活真难过人们是没有洛伦兹收缩的意识的。因为要想明显看到该效果，最好是在运动速度接近光速的时候。

但是，请用狭义相对性原理认真考虑一下运动电荷的问题。观测者由运动的电荷看到了导线，导体中的正电荷运动速度更快，负电荷运动速度更慢（图 4.6）。洛伦兹收缩会使相对速度越来越大。用公式表示就是

正电荷

$$L'_+ = L\sqrt{1-\left(\frac{v-v_0}{c}\right)^2}$$

负电荷

$$L'_- = L\sqrt{1-\left(\frac{v+v_0}{c}\right)^2}$$

c：真空光速（3.0×10^8m/s）

※ 狭义相对论是否正确，洛伦兹收缩是否会发生，请参见新田英雄主编，山本将史著《漫画相对论》(2009 年)。

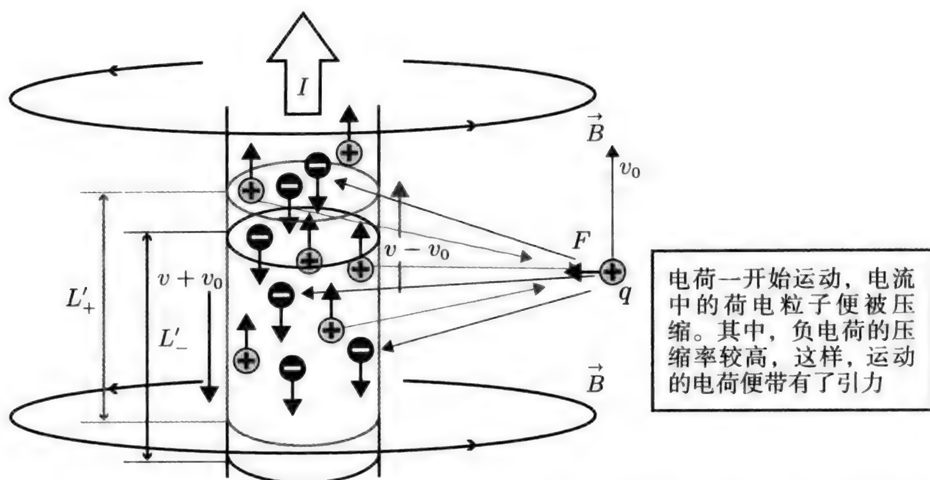


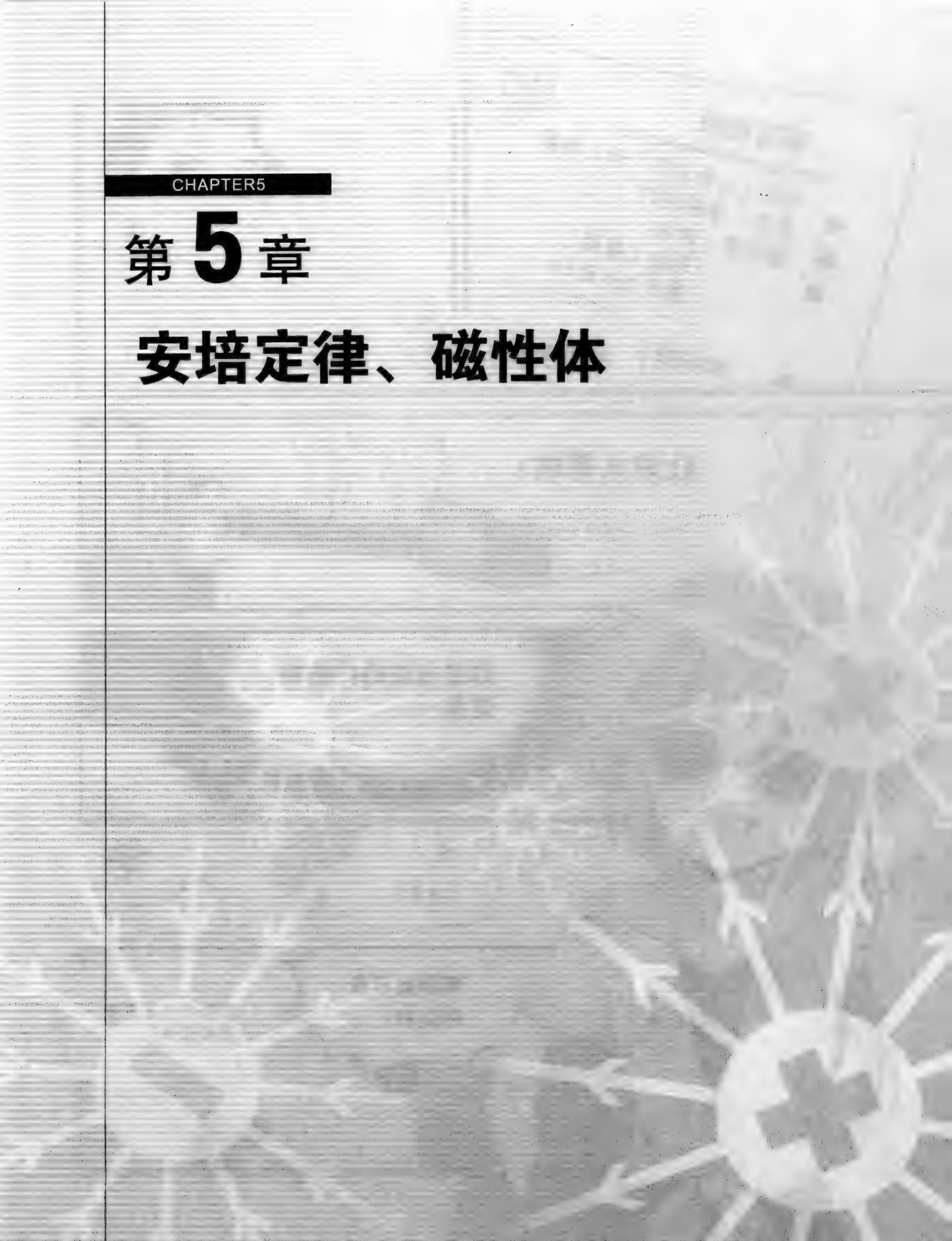
图 4.6 从运动的电荷观测到的导线的电荷密度（洛伦兹收缩因正、负电荷而不同）

与 c 相比，$v \pm v_0$ 的量微乎其微，但也并不是零。由于电荷的数目没有变，在观测者看来，便是与体积相应的电荷量增加了。也就是说，在认为电荷沿着电流流动方向运动的观测者看来，电流中的负电荷要多于正电荷。因此，电流中的负电荷产生的电力线比正电荷产生的电力线多。面朝电流方向可以观测到磁场。要正确地计算这一电场，我们将其叫做“磁场”的大小，也就是说正好相当于$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$（这个公式将在第 5 章中提到）的大小。

也就是说，我们叫做“磁场”的东西，根据相对性理论就可以得知，我们生活在一个不可思议的电场世界里。正如本书序中所述，所谓电磁学也就是以电荷的相互吸引和相互排斥为基础而建立的理论，这里也可以发挥特殊相对理论的作用对磁场的存在进行说明。相反，如果特殊相对理论是正确的话，就没必要借用近于光速的速度移动。也就是说，单纯计算移动电荷的洛伦兹收缩即可。还记得我在大学时候，因为学到这里感觉对整个世界的看法都发生了很大的变化，这想法或许有些夸张吧。

根据先前的解释（参照第 112 页），可以得知流经导线的电子速度比 1mm/s 要慢。在如此慢的速度下能看到相对论效果吗？通过计算，洛伦兹收缩为 $1/10^{24}$，比氢原子

和太阳系的比率还要小 在如此小的变化下还能感受到正电荷和负电荷的密度差，是因为导线中的电荷膨大的缘故 回到第 2 章，试着再次去确认 1C 的同极电荷距离 1m 带来的合力和 $1cm^3$ 的铜有多少电荷



CHAPTER5

第5章

安培定律、磁性体

实验指南

日期：0年×月（六）早晨

集合：学校校门

备用品：泳衣

现金（重要）

最少 300 元!!

迟到必罚

搞什么名堂吗？

应该都带齐了……

让你久等啦！

×××大学

你是出游的打扮啊！
这是——

嗯，

出发！

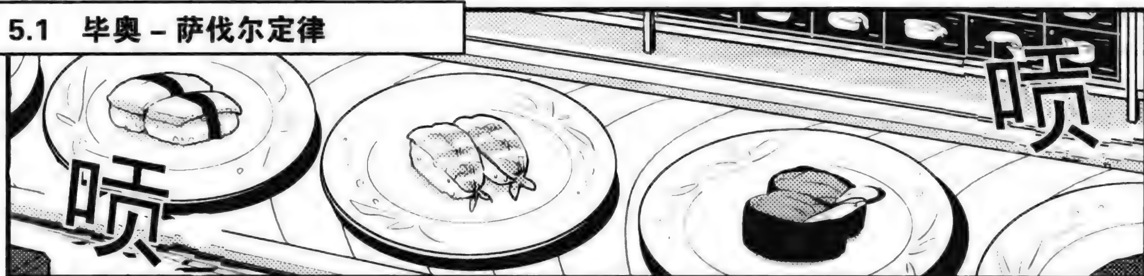
啪

实验室不在
那边啊！

实验之前还有事
情要做啦！


回转寿司
IN
回转寿司
P
先从这里下手哦！
回转寿司?!
这是来溜食儿吗?

5.1 毕奥－萨伐尔定律


啧
啧


奥斯特发现了电流，也就是运动电荷能够激发磁场。
在、在这儿讲课好不搭调啊！


那，
就是它！
咚
咚
金枪鱼?!

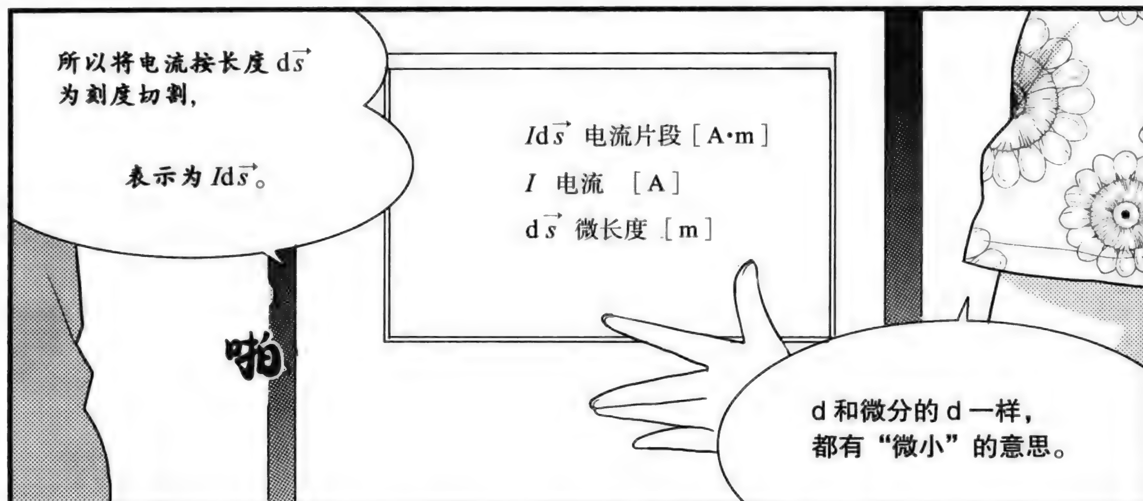

接着，法国的物理学家……
定义了“电流片段”。









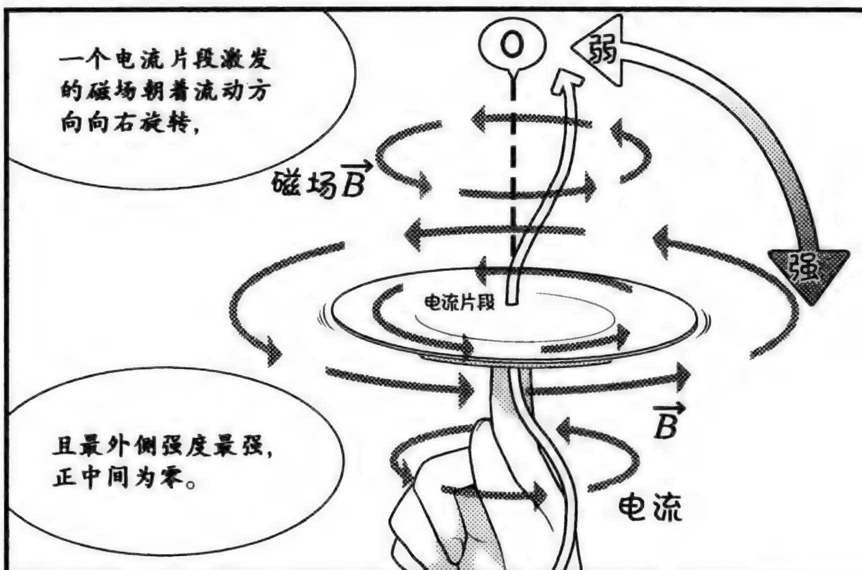


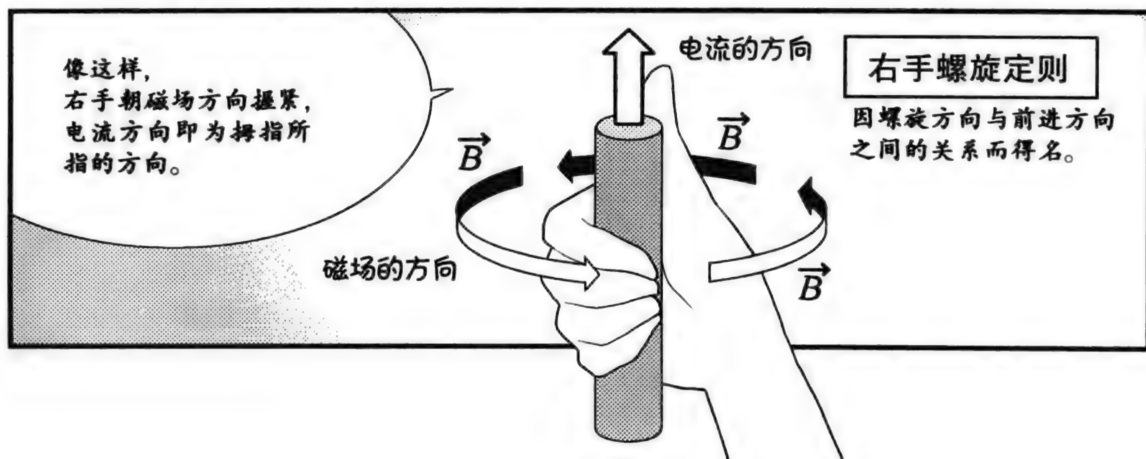
※ $Id\vec{s}$ 等于运动荷电粒子物理量 qv，即电流的最小单位。详解见后面的小结章节。

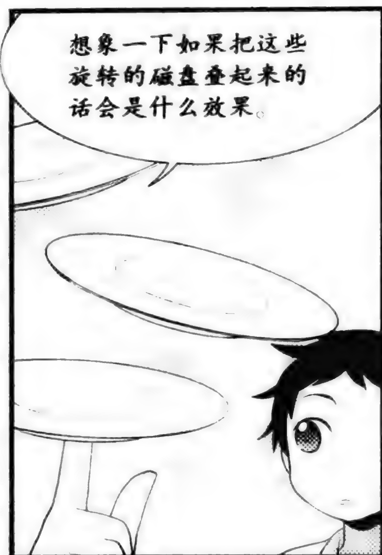

物理学家们经过
一番周折，
发现"电流激发的磁场与
电流片段激发的磁场互相
重叠"，
这就是
毕奥－萨伐尔定律。

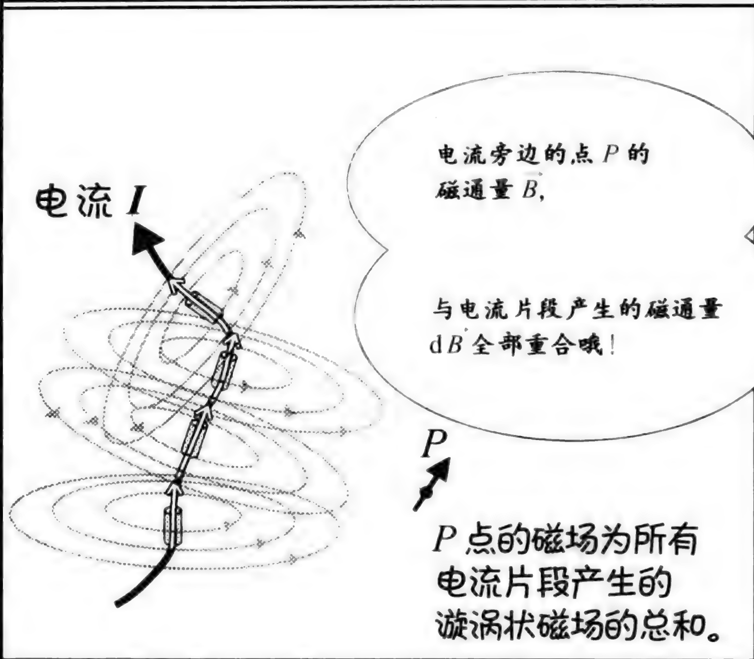

咔
互相重叠？
什么意思？


咕噜噜


一个电流片段激发
的磁场朝着流动方
向向右旋转，
O
弱
强
磁场$\vec{B}$
电流片段
$\vec{B}$
电流
且最外侧强度最强，
正中间为零。


像这样，
右手朝磁场方向握紧，
电流方向即为拇指所
指的方向。
电流的方向
右手螺旋定则
因螺旋方向与前进方向
之间的关系而得名。
$\vec{B}$
$\vec{B}$
$\vec{B}$
磁场的方向


想象一下如果把这些旋转的磁盘叠起来的话会是什么效果。


电流 I
电流旁边的点 P 的磁通量 $\vec{B}$，
与电流片段产生的磁通量 $d\vec{B}$ 全部重合哦！
P
P 点的磁场为所有电流片段产生的漩涡状磁场的总和。

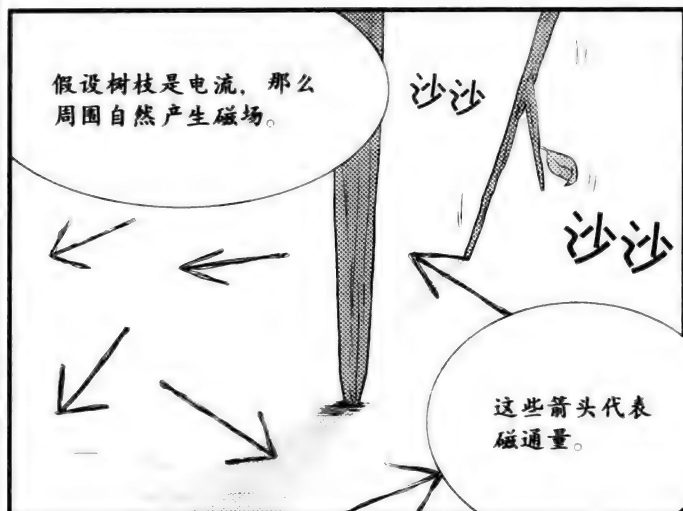

好比回转寿司的账单就是各个盘子所代表价格相加之和。
嗝儿
嗝儿

5.2 安培定律

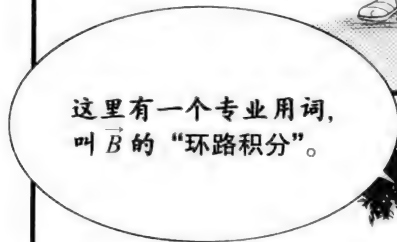

叽
叽
叽
吃完了在公园休息会儿……
……这个，感觉像在约会呀？
沙沙
沙沙

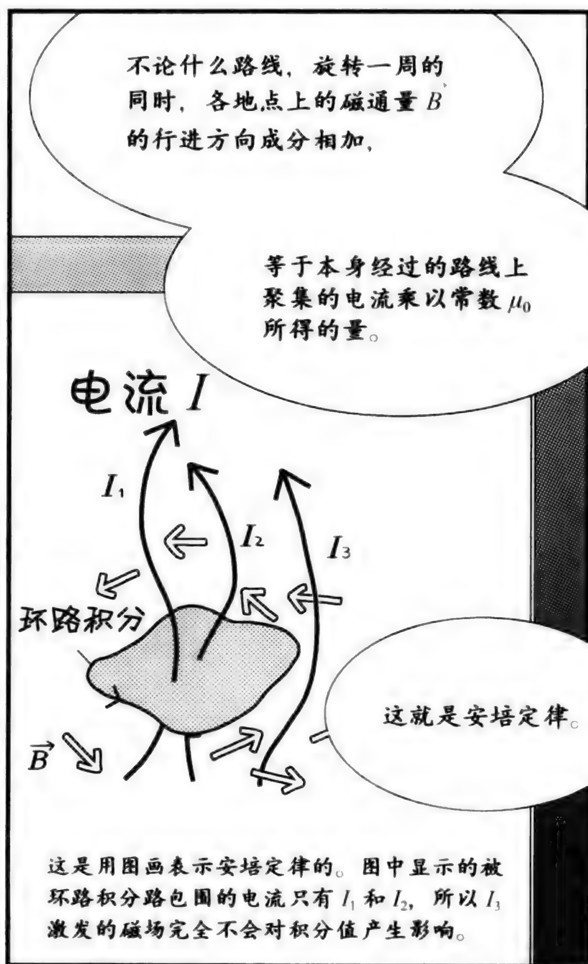

接下来要讲“安培定律”了哦！
沙沙
沙沙
完全不是那么回事……











这是用图画表示安培定律的。图中显示的被环路积分路包围的电流只有 I_1 和 I_2，所以 I_3 激发的磁场完全不会对积分值产生影响。





啪

安培定律

“沿空间中任意路径，假设 $\vec{B}$ 为环路积分，它与被环路包围的电流乘以真空的透磁率 μ_0 大小相等。
但条件是电流不随时间变化而变化。”

※ 安培定律设定：电流不随时间变化而变化。条件的理由在 6.4 节“电通量电流和安培定律的扩展”中介绍。

一下子来这么一段，哪看得懂嘛！



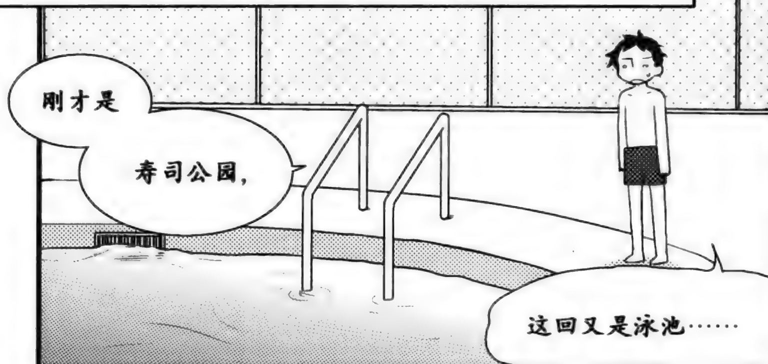
※ 证明见本章小结。







5.3 矢量场的旋转和安培定律的微分形



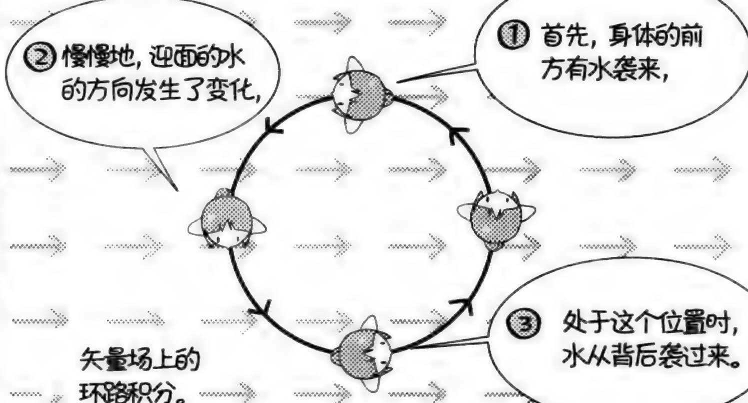







哗
哗
哗
哗


喂，这和环路积分有什么关系啊？
问的正是时候！


① 首先，身体的前方有水袭来，
② 慢慢地，迎面的水的方向发生了变化，
③ 处于这个位置时，水从背后袭过来。
矢量场上的环路积分。
环圈一周时，水从前方流过的时间减去从背后流过的时间等于零，
在固定的矢量场中计算环路微积分的值肯定为零。


起哟


啪嗒
啪嗒
接着来玩儿
这个漩涡泳池！
下去！
啊



绕着漩涡走时，
环路积分值不会为零。

在这儿水始终
从背后流过来。

这边的环路积分值
好像是零啊

如果不是环绕漩涡中心
的话，减法结果还是零。





※ 按正确围绕的面积切割后的大小。


热带


啊
既然矢量场的漩涡已经搞定，那么我们就来看看它和安培定律之间的关系。


等等，电流密度是什么来着？
首先，虽然考虑到电流密度矢量场激发磁场……

前面不是讲过的嘛！（参照 4.1 节）
电流密度 [A/m²] 为电流按面的面积切割得到的！
啊，啊，想起来啦！
电通量和磁通量也是这个意思。真是喜欢电磁学中的密度呀！

电流密度矢量场和微小环路
$\vec{i}$
环路积分
面积 ΔA
$\vec{B}$
这幅图表示一个电流密度矢量场，图中箭头方向为电荷运动方向。当然这里存在磁场。
先考虑这里有小块面垂直截取电流密度矢量 $\vec{i}$，然后试着计算围绕边缘的 $\vec{B}$ 的环路积分。
电磁学关注细微处的这点我也很喜欢呀！

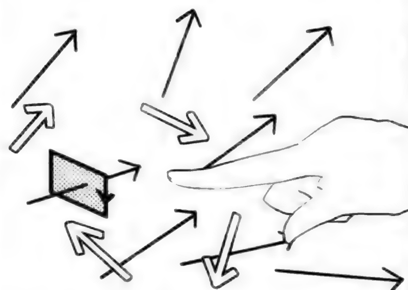

安培定律中“$\vec{B}$的环路积分值”与什么相等你还记得吗？
噢！
好像是常数μ_0和环路围住的电流？
由安培定律得到
[$\vec{B}$的环路积分值]=μ_0·电流
记得挺清楚嘛！


然后是这个电流，
嚓嚓
嚓嚓
电流密度i/[A/m^2]乘以环圈面积ΔA[m^2]，得出流经ΔA的电流。


然后，
将ΔA移到左边。
环圈面积内的电流=$i\Delta A$
[$\vec{B}$的环路积分值]=$\mu_0 i\Delta A$
$\frac{[\vec{B}\text{的环路积分值}]}{\Delta A}=\mu_0 i$


环圈面积内的电流=$i\Delta A$
[$\vec{B}$的环路积分值=$\mu_0 i\Delta A$
写成公式就是这样的。

然后我们逐渐缩小面积 ΔA,



没错，当时是计算电通量，

但这次是计算磁通量的漩涡哦！

有点像讲高斯定理时那样的……

$$\frac{\vec{B}\text{ 的环路积分值}}{dA} = \mu_0 i$$

面积无限缩小，则环路积分值也无限变小啊！

注意看右边

$$\frac{\vec{B}\text{ 的环路积分值}}{\Delta A} = \mu_0 i$$

$$\frac{\vec{B}\text{ 的环路积分值}}{dA} = \mu_0 i$$

右边是电流密度乘以常数 μ_0，所得值……

……环圈面积无论缩小多少，最后所得值都是一定的。

说对啦！

矢量B的旋转？

这里的“环路面积除以环路积分值”

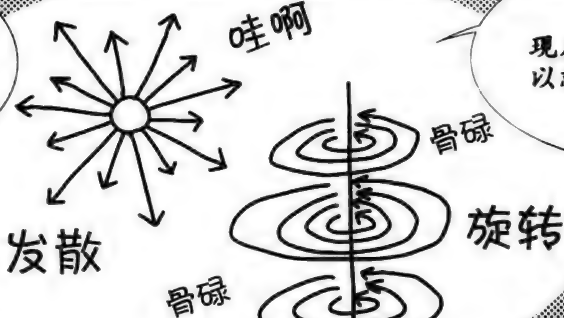
有一个名称，叫做“矢量$\vec{B}$的旋转”！

为什么叫“旋转”啊？

你想啊，磁场不是绕着电流周围转的嘛？

就是那种感觉。

学电场时讲过“发散”，从中间往四周发散。



现在是漩涡状，所以就起名“旋转”啦！

函数微分后出来的是“变化率”吧？

矢量场的微分也是求变化率的。

“发散”也好，“旋转”也罢，计算它们其实就是求矢量场变化的过程。



$\vec{B}$ 旋转的书写符号是这样的，

读作"rotation $\vec{B}$"。

$$\mathrm{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{i}$$

rotation $\vec{B}$ 就是面的法线，也就是电流方向的矢量。



毕奥－萨伐尔定律：

电流激发的磁通密度矢量 $\vec{B}$ 与电流片段激发的磁通密度矢量 $\mathrm{d}\vec{B}$ 完全重叠。

安培定律（积分型）

环路积分的磁通密度矢量 $\vec{B}$ 等于被围于其中的电流 $\times\mu_0$

安培定律（微分型）

磁通密度矢量场 $\vec{B}$ 的旋转等于位于该点的"电流密度" $\times\mu_0$



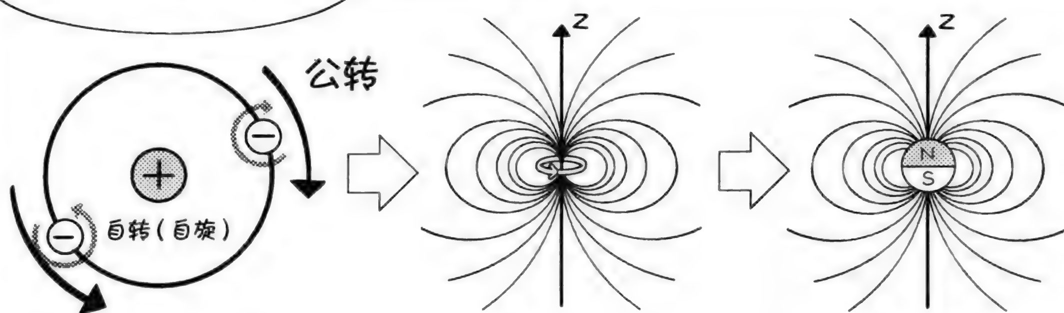
嗯，一开始是"积分型"，接着是"微分型"。这三个定律在数学意义上是完全相同的。

5.4 磁动量和物质的"磁化"





接下来开始讲磁石。



原子的电流圈和它的范例
我们可以把原子看做一颗微小的磁石。



磁石发出的磁场就是由原子内部电流产生的。（参照 4.4 节）

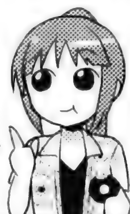
想象一下小电流圈，电磁学里将其称作“磁动量”。

你觉得假如从外部向磁动量施加一个磁场会怎样？

由于电流圈激发的磁场和小磁石激发的磁场相同，

又假设磁动量就是这个“小磁石”……





会像指南针那样旋转吧？

对啦！

但是由于大部分原子在电流旋转时被打散消失，所以效果很弱。

磁石上的黏着物少也是这个原因吗？

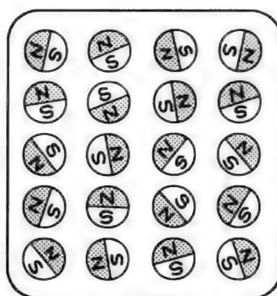

铁
镍
对呀！
铁啦，镍啦，
这些吸附在磁石上的物质，
由于电子不能成对，
所以磁动量极强哦！

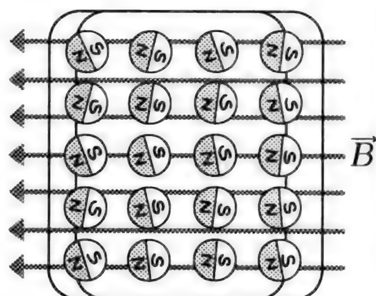

下面为了让你看得明白些，
我们先假设物质为小磁石
（原子磁石）的集合体。


当我们要了解施加磁
场后物质的性质时，
此时物质有一个专用
名字叫“磁性体”。


但是并没有叫“磁性
体”的特殊物质对吧？
嗯，是的。

啪！
磁性体的磁化图

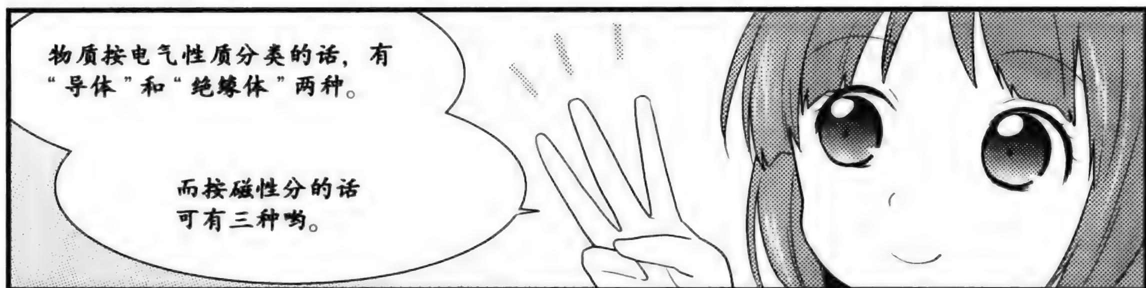

N S


N S
$\vec{B}$

最初原子磁石的朝向是无规则
的，一旦施以外部磁场，就会
全部与磁场的方向保持一致。



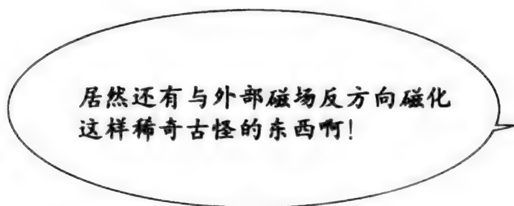




物质磁性分类表

普通磁性体	与外部磁场成正比磁化的物质。但磁化弱，通常无法清晰显示"磁石黏着"的磁气性质
强磁性体	磁化特别强的磁性体。其中有些磁性体还具有一种叫做"滞后作用"的特别性质
反磁性体	与外部磁场反方向磁化的物质。与普通磁性体一样无法清晰显示"磁石黏着"的磁气性质，但是可观测到其与强磁场相排斥的现象



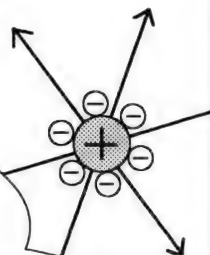




接下来要考虑的是磁性体内部的电流。

我们前面曾经说过感应体内的电荷对吧！（参照 3.6 节）



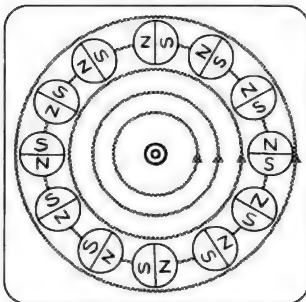


好像是电荷发出的电场比在真空中的弱。

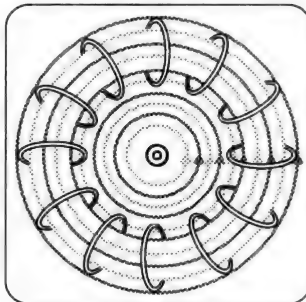
……那是不是，被磁性体包围的磁场也是如此？



流经普通磁性体的电流俯看图



磁极范例



电流范例

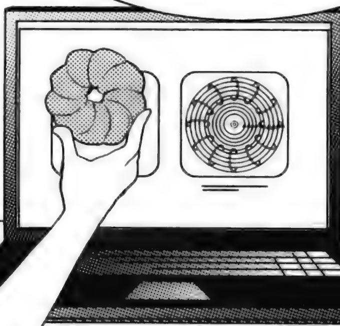
在电流激发的磁场中，磁性体磁化后与磁石那样排列。

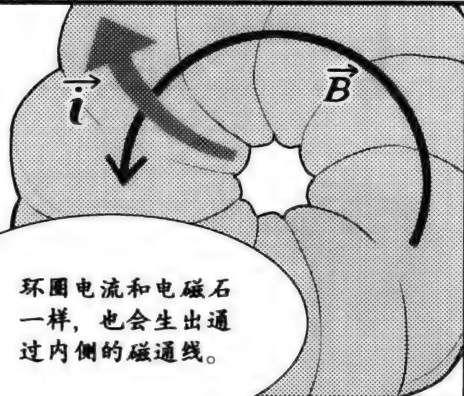
磁动量原本不就是电流嘛？

磁性体激发的磁场

电流激发的磁场

这就好比多纳圈表面的圈圈一样，电流也是按顺序排列的。





环圈电流和电磁石一样，也会生出通过内侧的磁通线。

磁通线会增加呀？

啊呜
啊呜

是啊！

$\vec{B}=\vec{B}$(电流)$+\vec{B}$(磁化)

是在原来电流激发的磁通线
上再加上磁化后的磁通线。

但是这样的话，

安培定律
$\mathrm{rot}\,\vec{B}=\mu_0\vec{i}$

就不成立了，
问题出现了。

所以，
我们需要改造一下。

磁场强度 $\vec{H}=\dfrac{\vec{B}\,(\text{电流})}{\mu_0}$

μ_0 真空导磁率

首先，我们要定义矢
量“磁场强度”，

电流激发的磁场除以 μ_0
得到“磁场强度”。

“磁场强度”？
好怪的名字啊！

嗯——？

磁场强度 $\vec{H} = \frac{\vec{B}(\text{电流})}{\mu_0}$

μ_0 真空导磁率

我也不喜欢这个叫法呢……

但是历史上一直沿用下来了，我也没办法呀。

把真空的磁通密度公式稍微做一点变形，这样，

真空中 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

在磁性体中，需要加上磁化的磁场 $\vec{B}$（磁化）。

磁性体中 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}(\text{磁化})$

然后，

再把 $\vec{B}$ 转化为一个常数。

已知 $\vec{B}(\text{磁化}) = \mu_0 \chi_m \vec{H}$ 则

$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$

$\mu_0 (1 + \chi_m) = \mu$ 即物质的导磁率

$\vec{B} = \mu \vec{H}$

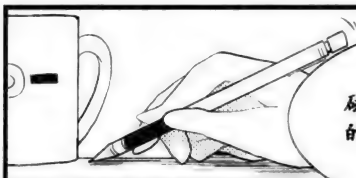
这样一来，磁性体就被看做“空间的导磁率区别于真空、

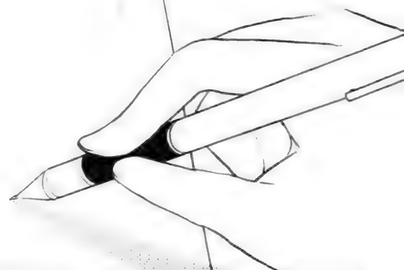
大小为 μ 的物质”※。

※ 详细情况请参考本章小结。


被电介质围绕的电荷激发的电场 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ ε: 物质的电容率
被磁性体围绕的电流激发的磁场 $\vec{B}=\mu\vec{H}$ μ: 物质的磁导率
这个，与电通密度 $\vec{D}$ 的情况很相似嘛！


难得头脑这么清楚啊！
“电介质”和“磁性体”的理解方式有其相似性哟！


磁场强度 $\vec{H}$ 可以不考虑磁化的部分，


因此安培定律无论磁性体内部或外部都可以这样表示。
$\vec{B}=\mu\vec{H}$
↓
$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{i}$


就是说无需特意考虑磁性体，正常使用安培定律就可以了？
是的！磁场强度 $\vec{H}$ 就是为此而定义的物理量。





代表物质的相对磁导率 ※1

物质名	相对磁导率	物质名	相对磁导率
铝	1.00002	氧	1.00002
空气	1.0000003	镍	250※2
等离子	0.99983	纯铁	~5000※2
水	0.999991	坡莫合金	~100000※2

※1 出处：远藤他，《高中大学进阶参考电磁学》，讲谈社。
※2 出处：强磁性体的相对磁导率并非常数，此处仅为参考概数。



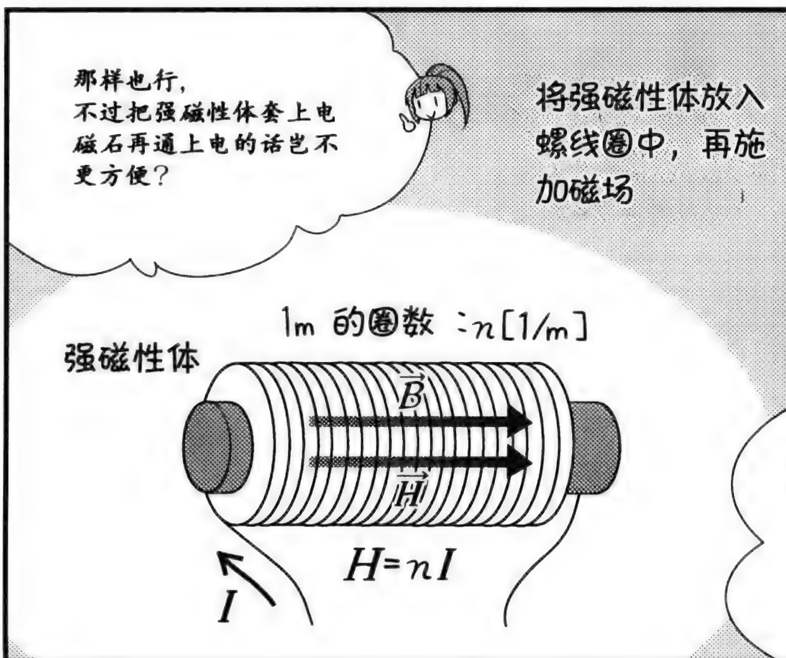


5.5 强磁性体和永磁体


铁能成为永磁体就因为它是强磁性体吧？


问得好！
你知道永磁体的制作方法吗？


咔咔
用磁石摩擦吧？
咔咔


那样也行，不过把强磁性体套上电磁石再通上电的话岂不更方便？
将强磁性体放入螺线圈中，再施加磁场
1m 的圈数 =n[1/m]
强磁性体
B
H
H=nI
I


虽然电流激发的磁场强度 H 与电流成比例增大，
但是磁通密度 B 会有一些变化。

那就是这个图。

箭头表示磁性体的原子磁石的朝向

B

A

B

C

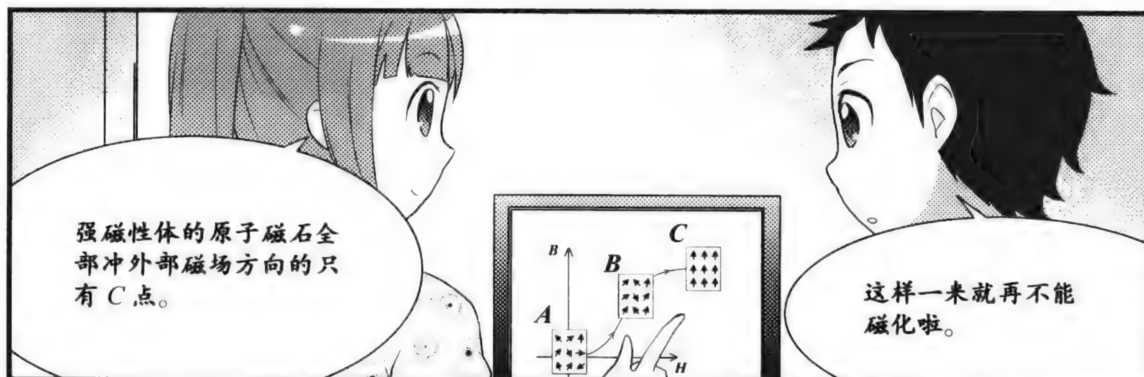
H

$\vec{B}$ 并没有一味地增加啊？

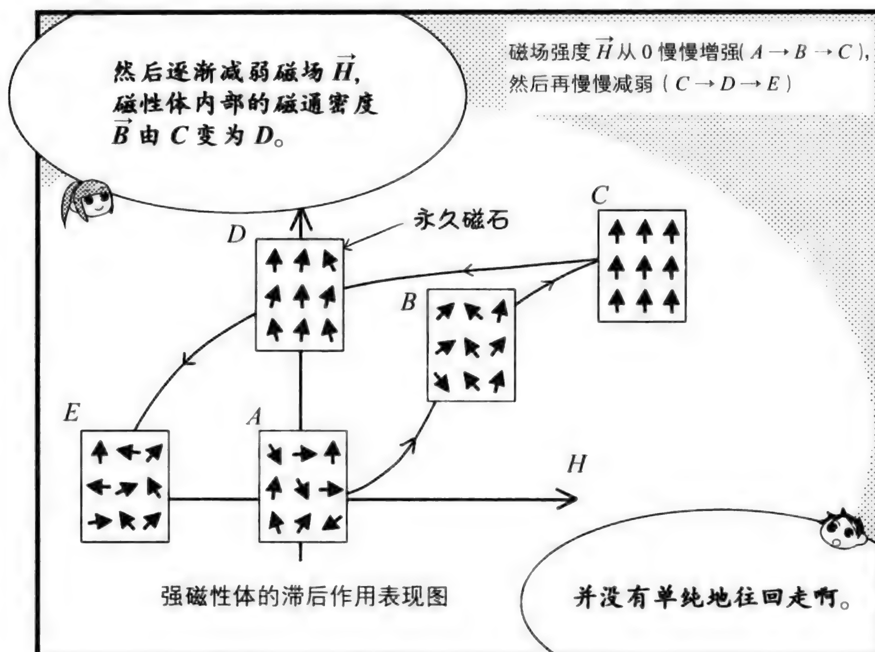
好好回忆一下，

磁性体的磁通密度是 $\vec{B}$(电流) 和 $\vec{B}$ (磁化) 之和哦。虽然 $\vec{B}$(电流)和 $\vec{H}$ 成正比，但是 $\vec{B}$(磁化)却并非如此。






饱和
嗯！
外部磁场 $\vec{H}$ 无论怎么增强，磁性体内部的 $\vec{B}$（磁化）都不会再增加了，
我们称之为“饱和”。


然后逐渐减弱磁场 $\vec{H}$，磁性体内部的磁通密度 $\vec{B}$ 由 C 变为 D。
磁场强度 $\vec{H}$ 从 0 慢慢增强($A \to B \to C$)，然后再慢慢减弱（ $C \to D \to E$ ）
永久磁石
D
C
B
E
A
H
强磁性体的滞后作用表现图
并没有单纯地往回走啊。


噢？$\vec{D}$ 的磁场 $\vec{H}$ 已经是 0 了，
为什么磁通密度 $\vec{B}$ 还留着呢？


眼睛好尖啊！
没错，即使没有电流，也能发出磁通量。说明它已经变成一个永磁体啦！
N
S
嗨！


永磁体就是这样做出来的。
磁化的这种变化被称为“磁滞现象”，一旦发生变化，就再也无法还原。
为啥？





5.6 钢轨枪的原理



好啦，马上就到真正的重点啦！

还有啊……

下面要去哪儿啊？

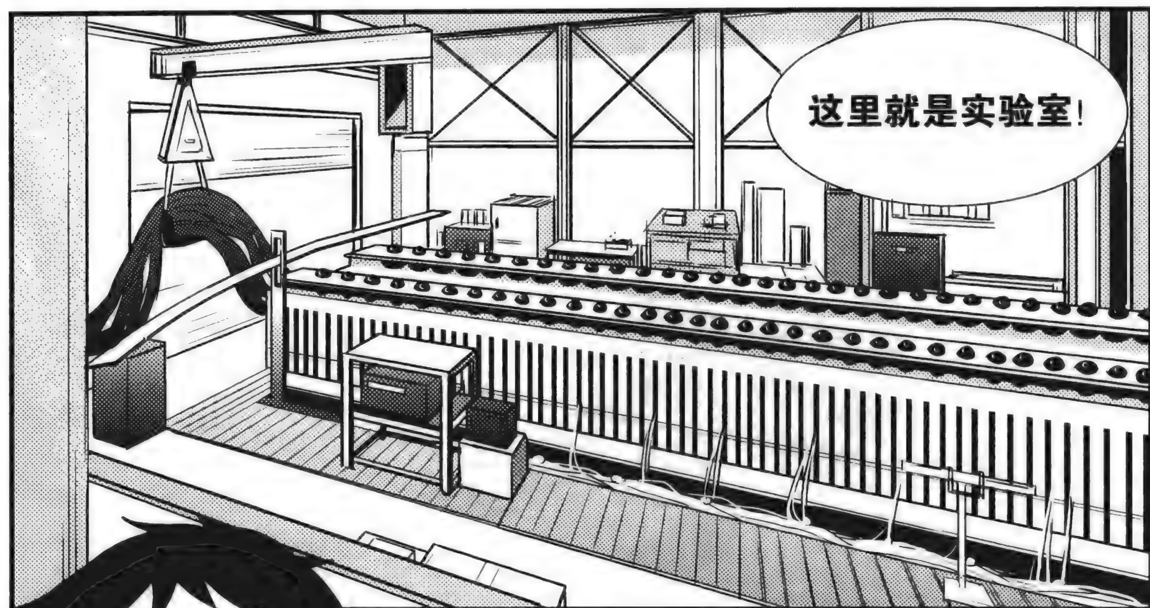
好、地、方！

呵呵

哈？

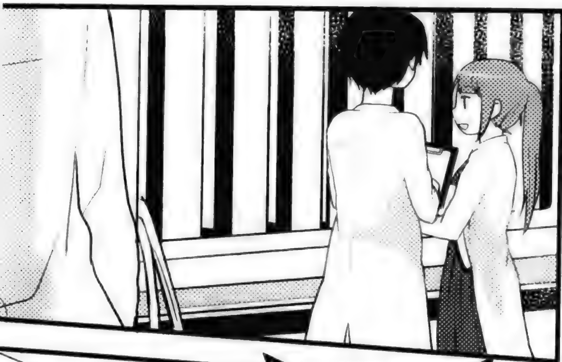

难道，

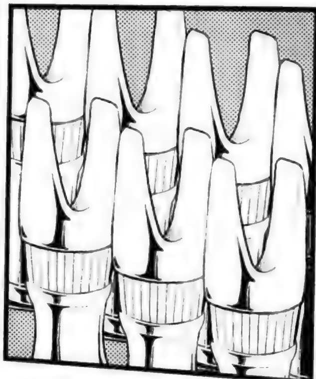

今天的讲义应该涵盖了理解实验所必需的知识。
现在要去的地方是……


这里就是实验室！


好家伙！


嗯
瞧仔细了，
这就是我们在进行的研究。







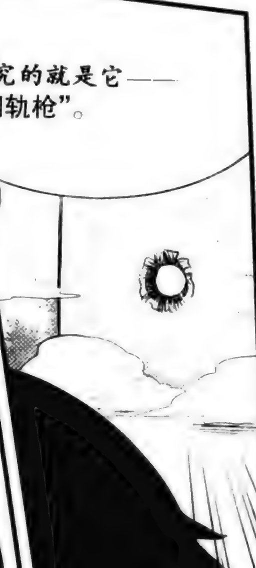
发射!

咚

呜啊啊!?







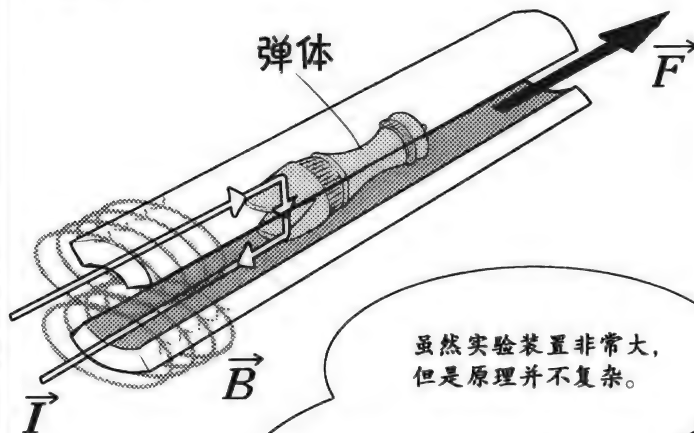


钢轨枪，

又名“电磁发射炮”，

是一种利用电磁力将弹体加速到超高速状态的装置。

啪



虽然实验装置非常大，但是原理并不复杂。

制作钢轨枪只需大电力的电源和两根轨道，以及具有导电性能的弹体。

所以叫钢轨枪吗……

往返于轨道的电流接通后，根据右手螺旋定律产生磁场。

此时，弹体相较于轨道非常小，可以视为电流片段。

回想一下洛伦兹力（参照 4.3 节），

电荷 q 的荷电粒子受到运动方向和直角方向的洛伦兹力 $\overrightarrow{F}$

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$$


$\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$
因为我们通常将
电流片段 $Id\vec{s}$ 视为等于
运动荷电粒子 $q\vec{v}$※。
※ 参照本章小结。


知不知道电流片段受到
的洛伦兹力的方向？


它是从 $Id\vec{s}$ 到 $\vec{B}$
的向量积……
$\vec{F}$
是从 $Id\vec{s}$ 到 $\vec{B}$ 旋转后
螺旋前进的方向
（参照附录）。


正确!
也就是力朝着激出
弹体的方向发挥作用。

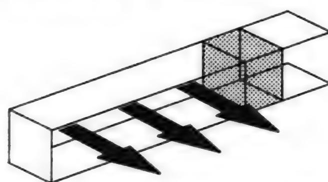

它居然能发出那么
大威力啊？





夏尔的想象

磁通量垂直穿过钢轨（炮体）



弹体的外侧没有磁通量



大电流经过时，
钢轨与钢轨之间的空间内
在一瞬间产生大量的磁通线。

想 想
安藤
想象中
……


再回忆一下
电力线的规则，
磁通线因为需要相互远离，于是给所有方向都造成压力。
好吃啊，
好吃！


可是由于钢轨是不动的……
所以只有弹体动啦！
碎


当然对钢轨也会形成很大的冲击力啦，
所以钢轨枪必须像这样造得又大又结实。


这么威力无比的大炮，
失望了？
不是武器是什么？
嗯……


啪嗒!
今天的课程
到此结束!


你骗人!
根本不是武器研究，对不对?


是真是假，留
给你自己想吧。
我的问题可
是认真的!


呵呵
我的回答也是
认真的哦。


啊……




算了吧!

小　结

电流的单位“电流片段”和毕奥-萨伐尔定律

我们在验证库仑定律时，最简单的方法就是将“点电荷”认为是没有大小的。同样，毕奥－萨伐尔定律是基本没有大小之分的最小单位的电流间的相互作用力。这里所说的“基本”对于电流片段的定义——“从电流的流动方向中取得的微小的长度”来说是十分必要的。那么请思考一下电流的最小单位到底是什么。

首先，我们来考虑一个点电荷 q。当该电荷 q 以速度 $\vec{v}$ 在磁场中运动时，洛伦兹力与 qv 成正比。由于也可以将电荷 q 作为表示“电荷以电场中受力的大小”的量，因此可以将 $q\vec{v}$ 作为表示“电荷以磁场中受力的大小”的量，并将其定义为“电流片段”。也就是说，点电荷在静止的时候拥有电荷 q 这个物理量，一旦开始运动，也会拥有 $q\vec{v}$ 这个物理量。点电荷是电荷的基本形态，所以这显然就是最基本的电流形态。电荷的运动方向是矢量，所以电流片段也是矢量。在这个过程中我们还没有对电流片段的“长短”产生印象。

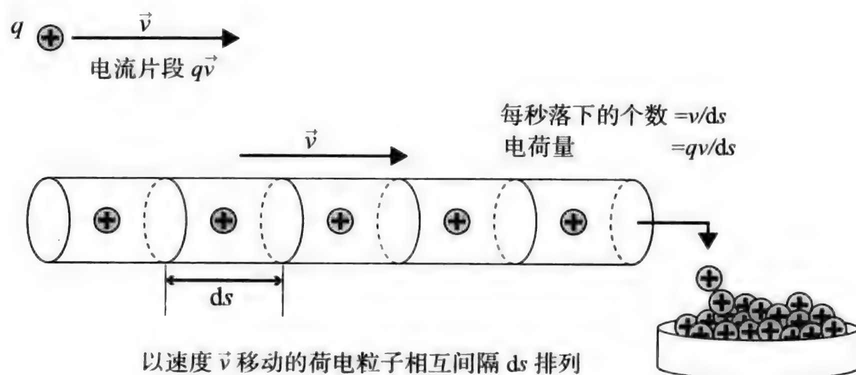


图 5.1　运动电荷和电流片段的关系

通过导线的电流可以分解电流片段，用 $Id\vec{s}$ 来表示。导线中的电荷粒子 q 以极短的间隔 ds 排列，一列的运动速度是 $\vec{v}$。此时导线的某个断面在单位时间内通过的电荷量通过简单计算可得 $\frac{qv}{ds}$。因此可以得出电流 $I=\frac{qv}{ds}$。下面考虑用长为 ds 的切片切断电流的矢量 $Id\vec{s}$。$d\vec{s}$ 是朝着电流方向（也就是和 $\vec{v}$ 相同的方向），长为 $d\vec{s}$ 的矢量。将 $I=\frac{qv}{ds}$ 移向得

$$Ids = qv$$

因此我们可以知道，[电流] × [电流方向的微小长度] 得到的矢量 Ids 等于 qv。用公式来表示就是

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s}}{r^2} \times \vec{e}_r$$

$d\vec{B}$：电流片段在自己周围形成的磁场 [T]；
$Id\vec{s}$：电流片段 [A · m]；
r：与电流片段的距离 [m]；
$\vec{e}_r$：r 方向的单位矢量；
μ_0：真空磁导率 [H/m]。

磁场是电流片段右螺旋方向的矢量场，小于距离的逆自乘之比。此外，$Id\vec{s}$ 和 $\vec{e}_r$ 的外积在电流片段的正侧面上最大，正面则为 0（参照第 245 页）。图 5.2 正确显示了电流片段在旋转的容器中形成的磁场。

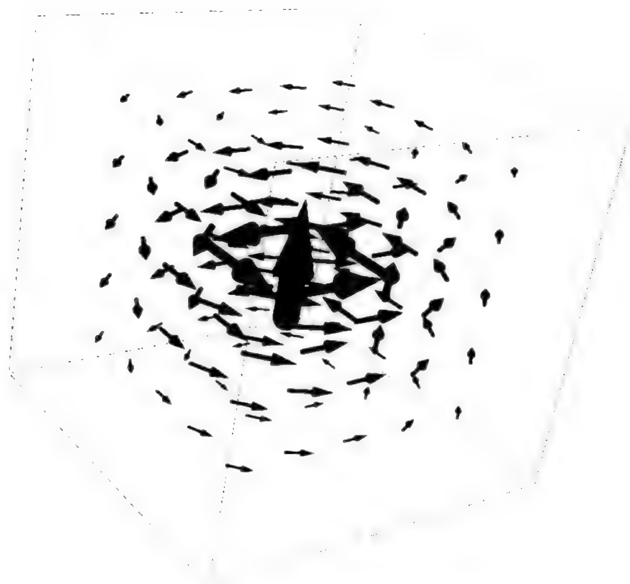


图 5.2　电流片段激发的磁场

毕奥-萨伐尔定律等同于安培定则，所以都有“只能在稳定状态下成立”的限制。因此运用毕奥-萨伐尔定律时，必须考虑到“稳定电流中存在的电流片段”。图 5.3 中我们应注意无限长的直线电流中的一个电流片段。就目前的原理，我们只能把它看做一个运动电荷。如在电流片段附件放置一个电荷量为 q 并以速度 $\vec{v}$ 运动的电荷粒子，电荷粒子会从该电流片段中获得

$$\mathrm{d}\vec{F}=q\vec{v}\times\mathrm{d}\vec{B}$$

的库仑力。

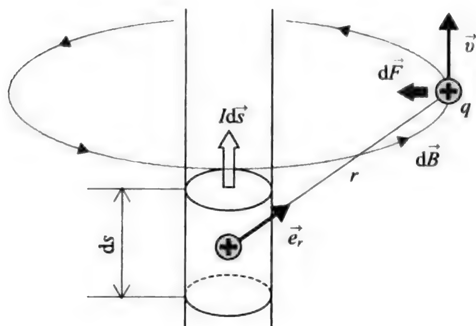


图 5.3　1 个电流片段激发磁场时运动荷电粒子受到的作用力

所以，毕奥和萨伐尔发现的定律也可以认为是“运动电荷之间作用力的基本定律”。但当时的人们不知道电流中有荷电电子通过，磁场是由运动的电荷形成的这些道理，库仑也还没有对其进行研究。毕奥和萨伐尔遵循电流间的相互作用力和逆自乘法则，在这些假说的基础上，将电流分解成一些小的片段并采用逆自乘法则，发现了和实验一致的部分（图 5.4）。

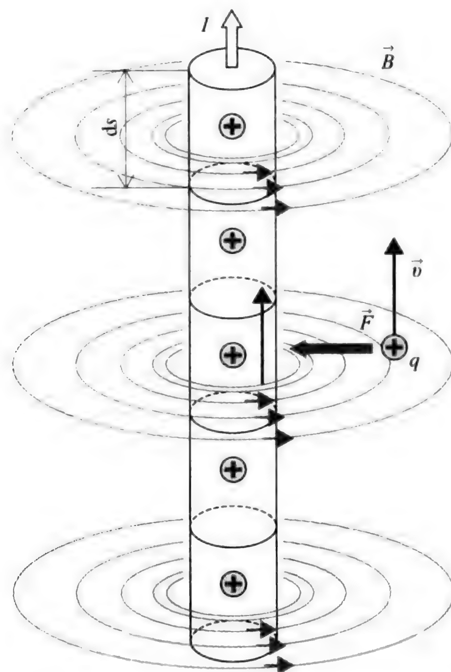


图 5.4　电流片段的集合激发磁场时运动荷电粒子受到的作用力

下面考虑一下电流作为全体在 q 这个位置产生的磁场。构成电流的全部的电流片段所形成的磁场总和 $\vec{B}$，在 q 这个位置的方向和大小情况可以用毕奥-萨伐尔定律，沿着电流用积分求得。具体的计算方法在 169 页，但是可以想象 $\vec{B}$ 是电流片段列在右螺旋方向的矢量场。在这里放置的速度为 $\vec{v}$ 的运动电荷所受的力是

$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

直线电流间的相互作用力

请使用安培定律和“对称性”原理，计算无限长的直线电流周围的磁场和平行放置的两个电流的作用力(图5.5)。由毕奥-萨伐尔定律可知磁场是围绕电流所产生的。通过对称性原理我们可得以下结论。

1. 磁场矢量 $\vec{B}$ 的方向是沿着以电流为中心的圆周的方向。

2. 半径为 r 的 $\vec{B}$ 的大小一定。

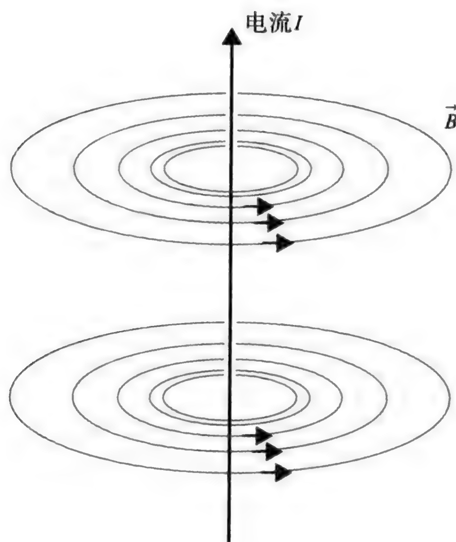


图 5.5　无限延长的直线电流周围的磁场

因此，以电流为中心的半径为 r 的圆周可以使用安培定律。围绕的路线与磁场方向一致，所以环流量等于［磁场大小］×［周长］。假设磁场大小是 B，根据安培定律

$$2\pi rB=\mu_0 I$$

无线长的直线电流周围的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

下面计算垂直磁场$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$放置的电流 I 在单位长度内受到的力。这是电流片段从磁场中受到的力，可以直接使用$\vec{F}=Id\vec{s}\times\vec{B}$（参照第 154 页）。磁场在电流位置大小一定切电流和磁场垂直，所以 $d\vec{s}$ 周围的力的大小为 $F=IdsB$。每米用 0~1m 进行积分，力的大小为 $F=IB$。

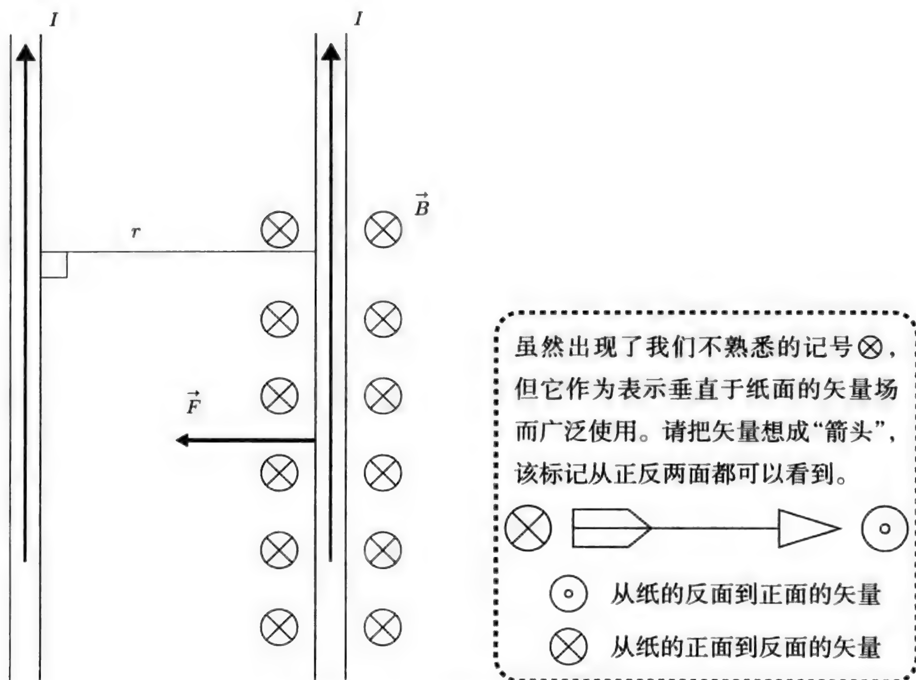


图 5.6　无限长的电流间的相互合力

从这里开始我们进入了第 2 章，并且会回答以前留下的问题。电流 [A] 的定义如下。

1A 的定义：

两根相距 1m 的无限长的平行导线中通过大小相同的电流，当每根导线上所受的作用力为 2×10^{-7}N 时，各导线上的电流为 1A。

准备两根无限长的导线，使它们相隔 1m，为使每根导线上的相互作用力为每米 2×10^{-7}N，对电流进行调整，就可以得到 1A 的电流。事实上我们无法得到无限长的电流，所以可以使用将导线卷成线圈状的“电流天平”装置。将电荷的大小 [C] 定义为“1A 的电流在 1s 内通过的电荷量”。那么为什么在电荷之前就对电流下了定义呢？原因之一是“很难得到静止的一定的电荷量”。一方面，要十分精确得到一定量的电流比较简单，可以使用发条等精密仪器测量出电流之间的作用力，所以将力学单位 [N] 与电磁学相结合十分简便。如果已经确定了一个电磁学的单位，其余的 [C]，[V]，[F]，[T] 等都可以由此依次进行推导。

如果用力学的知识对电流进行定义的话，真空的磁导率 μ_0 正好为 $4\pi\times10^{-7}$。从 1A 的定义可以看出从无限长的 1A 的电流到 1m 处的磁场大小正好为 2×10^{-7}T，将公式 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 代入，可知常数 μ_0 一定为 $4\pi\times10^{-7}$。如果对真空磁导率的量纲进行解析，可以得到 [T · m/A]，但一般写作 [H/m]。[H]（亨利）是表示线圈中电感的单位（参照第 168 页）。比较电容率和磁导率，马上就可以得出其对应关系（表 5.1）。

表 5.1　电场和磁场的对应表

	电　场	磁　场
真空的常量	电容率 ε_0	磁导率 μ_0
真空的常量单位	[F/m]	[H/m]
flux	电通量 Φ_e[C]	磁通量 Φ_m[Wb]=[T · m^2]
Flux 密度	电通密度 D[C/m^2]	磁通密度 B[Wb/m^2]=[T]
电路元件	电容器	线圈
关联物理量	容量 [F]	电感 [H]
含　义	[F]= 储蓄的电荷 [C] 和电位 [V] 的比例系数	[H]= 穿过线圈的磁通量 [Wb] 和电流 [A] 的比例系数
组　合	[F]=[C/V]	[H]=[Wb/A]=[T · m^2/A]

$\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 与物质的磁导率

我们会对磁场强度 $\vec{H}$，磁感应强度 $\vec{B}$ 的磁导率稍微解说。为什么表示磁场的物理量会有两个呢？因为这个世界上的物质或多或少都是磁性体。如果在电流形成的磁场中放置一个物质，磁感应强度的矢量场就会发生变化。我们可以认为这是"只有在有磁性体的地方，磁导率才会由 μ_0 变为 μ"，所以使用磁场强度 $\vec{H}$ 就能很简单地理解含有物质的电磁学。但即使是专门研究电磁学的伟大的科学家也有人坚决反对对 $\vec{H}$ 下定义。他们认为"$\vec{H}$ 是简单的量，而不是真正的物理定律"，这一想法稍显固执。

那到底是为什么有磁性体的地方，空间的磁导率会由 μ_0 变为 μ 呢？首先，在真空中 $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 的关系是

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$$

这时 H 的量纲为 [A/m]，用量纲分析得到 $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ 也可以，但是最简单的方法是"对 $\vec{H}$ 进行环流※，使其成为电流"，得出 [A/m]×[m]=[A]。

物质中的磁场是由电流产生的磁场与磁性体磁化所产生的磁场组合而成的。在大多数物质中，$\vec{B}$（磁化）的大小和外部磁场，也就是 $\vec{B}$（电流）成正比且方向一致，$\vec{B}$（磁化）和 $\vec{B}$（电流）的比例常数为 χ_m。该常数没有量纲，我们称它为"磁化率"。$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$ 在真空中成立，所以把其代入，得 $\vec{B}=\mu_0\chi_m\vec{H}$。

将物质中的磁场 $\vec{B}=\vec{B}$（电流）$+\vec{B}$（磁化）用 $\vec{H}$ 代入表示。

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\chi_m\vec{H}$$

将此整理可得物质中 $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 的关系是

$$\vec{B}=\mu_0（1+\chi_m）\vec{H}$$

※ 因环路积分 $\vec{B}$ 可得 $\mu_0 I$，故两边一定要除以 μ_0。

此时 $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 的比例常数是 $\mu_0(1+\chi_m)$，也就是“物质的磁导率”μ。那么在含有磁导率 μ 的物质中，对应磁感应强度的安培定则是

$$\mathrm{rot}\,\vec{B}=\mu\vec{i}$$

但是比起特地使用含有物质磁导率 μ 的式子，使用

$$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{i}$$

则更为方便，因为它在所有情况下都适用。该公式可以用于电场的 $\mathrm{div}\vec{D}=\rho$ 在物质中形成的磁场。

螺线管内部的磁场和电感

各位有制作过缠绕导线的电磁铁的经历吗？在紧密缠绕的线圈中有电流通过的物体称为“螺线管”。我们使用安培法则来计算螺线管内部的磁场。螺线管很长且导线密集缠绕时，可以从对称性的研究得出以下有关磁场的预测。

- 螺线管内部的磁感应强度 $\vec{B}$ 是沿着轴方向的矢量。此外，$\vec{B}$ 是轴对称的，即使沿着轴运动大小也不会改变。
- 螺线管一端放出的磁通线想尽快脱离，所以环绕在远离螺线管的地方进行排列。

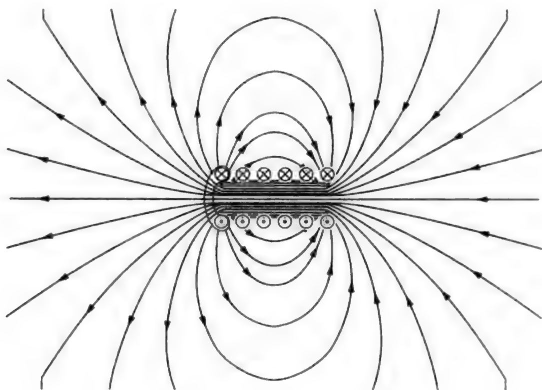


图 5.7　螺线管激发的磁场

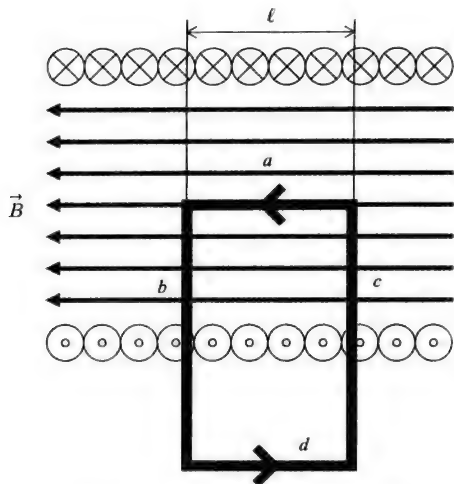


图 5.8　计算螺线管内部的磁场

这一现象可以用图 5.7 来表示，尝试在此处使用一下安培定则。回路是如图 5.8 所示的长方形，a 边以外的值为 0。因为 b，c 边的磁场与回路垂直，如果加上该值，那么螺线管外侧的磁感应强度很小，可以忽略不计。螺线管内部磁场的方向是沿着轴的方向，所以安培的环流量值为 Bl。

如果线圈的匝数是 1m 绕 n 圈，那么长 l 的长方形线圈外围绕的电流为 lnI。无论如何平行移动回路，电流一定是 lnI。因此，我们可以知道螺线管内部存在一定大小的磁场。螺线管内部的磁感应强度可以使用安培定则，得

$$\mu_0 nlI = Bl$$
$$B = \mu_0 nI$$

关于磁场强度 $\vec{H}$，则是用两边除以 μ_0，得 $H = nI$。

如果在螺线管内部插入比磁导率为 μ_r 的磁性体，会发生什么？$\vec{H}$ 只由电流决定，所以不会改变。$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$，所以磁感应强度 $\vec{B}$ 成 μ_r 倍增加。我们通过实验制作电磁铁时，以铁和钉子为中心，再用导线进行缠绕。用这些材料放在中心是为了从同样的电流中得到更强的磁感应强度。

当线圈中有电流通过时，我们把“线圈中形成的磁通量 Φ_m 和通过电流的比”称为该电流线圈的“电感”，符号为 L。公式是

$$L = \frac{\Phi_m}{I}$$

简单地说，无论电流产生磁通量的效率多高，该指标也和电容器的容量 C 有关。电感的单位是“亨利”（H），以几乎与法拉第同一时期的，发现电磁感应法则的美国物理学家约瑟夫 • 亨利命名。由电磁感应法则（第 6 章）可知，当电流回路中流经不同的电流时，就会产生感应电动势 V。公式表示为

$$V = -L\frac{dI}{dt}$$

电容器中积蓄有电荷，所以和电流的积分相等，但与此相反，这其实和对电流进行积分运算功能相同。因此，只有将电容器和抵抗电流回路（线圈）相结合，才可能解决复杂的电子信号的处理。使用该目的是，线圈成为“电感”。最有效的电感是以前提到的螺线管线圈，N 圈的螺线管的电感产生的磁通量绕电流 N 圈，所以要乘以 N，

$$L = \frac{N\Phi_m}{I} = \mu_0 n^2 lS$$

l：线圈长度［m］
n：每米的匝数［m^{-1}］
S：线圈的断面面积［m^2］

毕奥–萨伐尔定律和安培定则的等价性

在一般情况下，要证明毕奥–萨伐尔定律和安培定则具有等价性，其计算是十分困难的。在此，本书将情况限定为无限长的直线电流，就可以证明两者等价。如果使用安培定则，可以很简单地求出无限长的直线电流所产生的磁场，即$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}$。那么，如果用毕奥–萨伐尔定律来求可以得出同样的答案吗？如图 5.9 所示，请考虑离电流距离为 r 的 P 点产生的磁场。

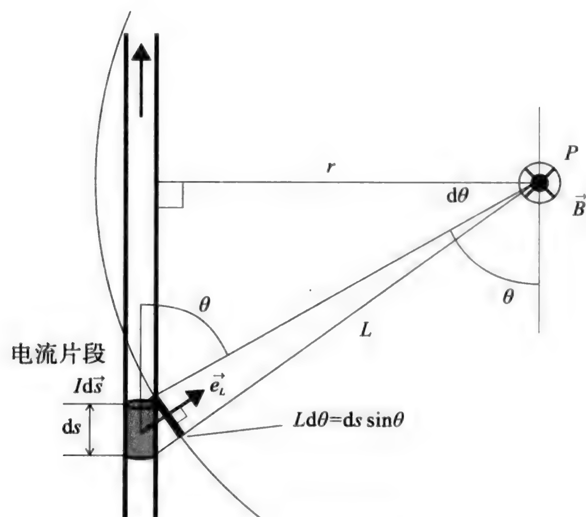


图 5.9　用毕奥–萨伐尔定律计算离电流距离为 r 的 P 点产生的磁场

由毕奥–萨伐尔定律可知，电流中，图示位置存在的电流片段在 P 点产生的磁场是

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{e}_L}{L^2}$$

$\vec{e}_L$：L 方向的单位矢量

从外积的标准来看，P 点存在于纸面内时，磁场的方向是由纸的正面向纸的反面。如果电流成一条直线，那么全部的电流片段在 P 点形成的 $d\vec{B}$ 方向相同，所以用标量进行计算。外积 $Id\vec{s}\times\vec{e_L}$ 的大小等于 $Ids\sin\theta$（参照附录），此时磁场的大小是

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ids\sin\theta}{L^2}$$

从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的积分就是 P 点的磁场。L 和 ds 用常量 r 和角度 θ 来表示。由图可得

$$Ld\theta = ds\sin\theta \rightarrow \frac{ds}{L} = \frac{d\theta}{\sin\theta}$$

$$L\sin\theta = r \quad \rightarrow \quad \frac{1}{L} = \frac{\sin\theta}{r}$$

这里 $Ld\theta$ 是半径 L 的圆中角度为 $d\theta$[rad] 的弧，严格来说与直线 $ds\sin\theta$ 是不同的，但当 $d\theta$ 很小时，也可以看成相同。

将以上全部代入，整理可得

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\sin\theta d\theta$$

任意选取 θ_1 到 θ_2 间的数值进行积分，就是很简单地得出答案

$$\begin{aligned} B &= \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\sin\theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \end{aligned}$$

因为我们将导线看做是无限长，所以 θ_1 等于 0，θ_2 等于 π。因此，最终可得无限长的直线电流周围的磁场为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

确实可以得出和安培定则相同的答案，所以证明了两者具有等价性。

矢量场旋转的代数表现

如果存在矢量场，就必须考虑该矢量场的旋转。然而安培定则等同于“如果矢量场存在旋转，该点上就有电流密度”。那么具体应该如何计算矢量场的旋转呢？正如在第 3 章的提高部分叙述的，在对矢量场进行精密计算时，可以使用成分表示，成分间用代数计算这种传统方法（图 5.10）。

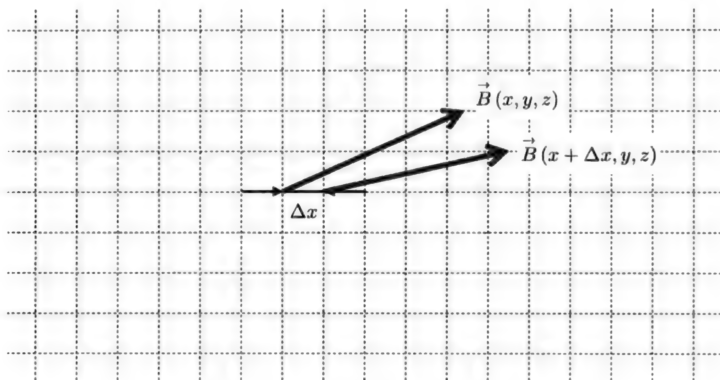


图 5.10　代数计算矢量的旋转

现在，矢量场 $\vec{B}$ 为函数（x，y，z），

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x(x, y, z) \\ B_y(x, y, z) \\ B_z(x, y, z) \end{pmatrix}$$

B_x、B_y、B_z 是矢量 $\vec{B}$ 的 x，y，z 方向成分。此时沿着 x 轴对 B_x 的变化进行微分，也就是说

$$\frac{B_x(x + \Delta x, y, z) - B_x(x, y, z)}{\Delta x}$$

使 Δx 趋于无限小的是 $\frac{\partial B_x}{\partial x}$ 偏微分中有 9 个成分（参照第 88 页）。

然而，感到不可思议的是，点（x，y，z）的磁通密度向量 $\vec{B}$ 的旋转，可在以下几个公式中选择进行计算。

$$\left(\mathrm{rot}\vec{B}\right)_x = \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}$$

$$\left(\mathrm{rot}\vec{B}\right)_y = \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

$$\left(\mathrm{rot}\vec{B}\right)_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}$$

因为 $\mathrm{rot}\vec{B}$ 表示向量，所以要注意对 x、y、z 分别进行对应的计算。这一计算要求超出了本书的范围，如果想要了解学习，“向量解析”的基础教科书中肯定会有相关内容,可以参照。非常感兴趣的一点是 div 中残留未使用的 6 部分都被使用在了 rot 中。这是因为，div 和 rot 是相互弥补的关系进行演算的。如不事先了解这些，就无法理解麦克斯韦方程式——“电场的发散”、“磁场的发散”、“电场的回转”、“磁场的旋转”这 4 个方程在内的所有电磁现象。

与发散不同，要将旋转公式转换成数学是很难的。比如，在 x y 平面内，想象水以原点为中心连续旋转流动。z 的方向表示水深，水流只能用 x 成分、y 成分表示(B_z=0)，再加上 z 的方向没有改变$\left(\frac{\partial}{\partial z}=0\right)$。于是，$\mathrm{rot}\vec{B}$ 的 x 成分、y 成分的值也都会变为零。z 的成分应该是“从 B_y 的 x 方向变化率到 B_x 的 y 方向变化率”的差。如图所示，

在打旋涡向量场的中心附近，B_y 沿 x 轴的负方向为正，B_x 沿 y 轴的正方向为正。所以可以理解，根据（$\mathrm{rot}\vec{B}$）最大值在旋涡中心附近。也就是说，该水流的轮转原点处数值最大、方向为 z 轴方向（图 5.11）。

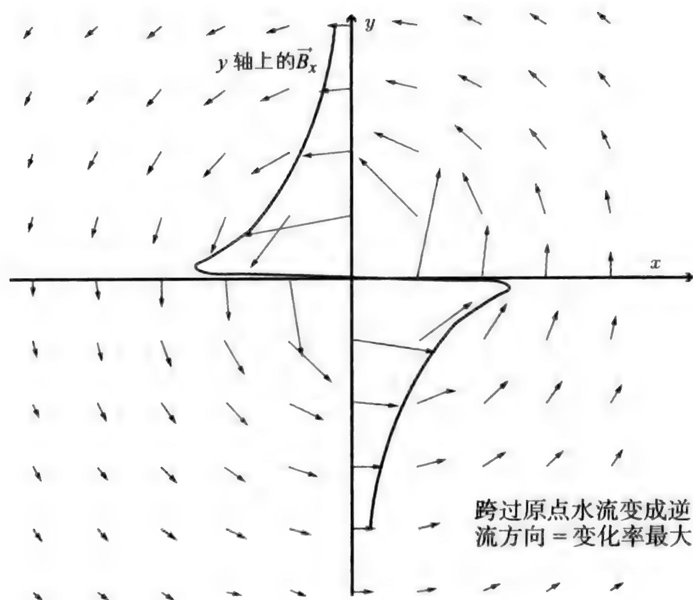


图 5.11　考虑围绕原点的流动场 $\vec{B}$ 的轮转

 磁力线和磁通线

正如电场中有“电力线”和“电通线”一样,磁场中也有“磁力线”和“磁通线”。虽然没有详细阐述“磁通线”的来源根据，但是电流片段的相互作用力可以依据逆自乘法则进行类推。这两者非常相似，现在让我们来对比一下（表 5.2）。

表 5.2　电场和磁场力线的对比

电力线	与连接 E 的线	始于电荷终于电荷
电通线	与连接 D 的线	始于真电荷终于真电荷。不受分极电荷影响
磁力线	与连接 H 的线	始于磁量终于磁量
磁通线	与连接 B 的线	始于真磁量终于真磁量。因为没有这样的东西，所以磁通线 B 必须是环状没有起点和终点

虽然现代电磁学的立场认为所有的磁场都是由电流激发而生因此没有“磁荷”，然而物质受磁场影响发生磁化，从外表上能够看出磁性体的两端分别出现了磁荷 N 和 S。这大概可以与电介质的两端出现分极电荷对应起来（图 5.12）。

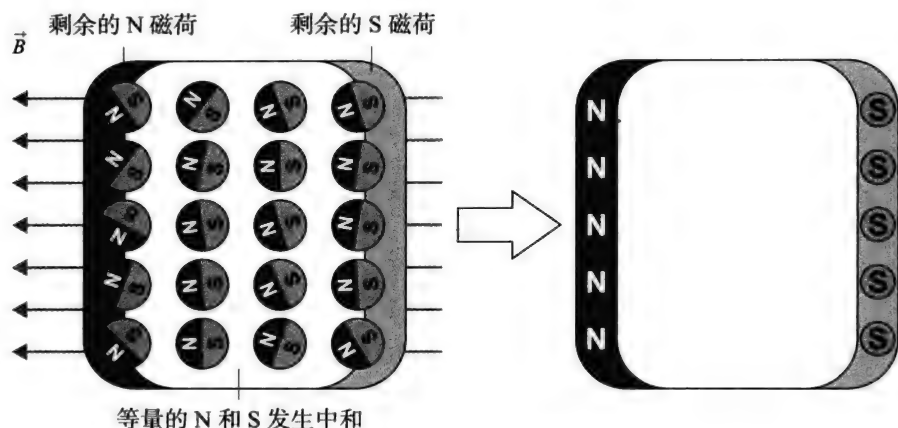


图 5.12　磁性体的磁化的假象磁荷图

即使存在分极电荷和分极磁荷，在此空间里不间断相连的 $\vec{D}$ 和 $\vec{B}$，$\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 的物质端有分极电荷和分极磁荷而在此终端。与电力线一样，磁力线、磁通线也具有以下性质。

- 不会中途断开，不会分叉。
- 与相邻的磁力线，磁通线相互分离。
- 应因可能缩短一根磁力线、磁通线的长度。

磁力线和磁通线的这些性质，与电力线一样在“麦克斯韦的应力”（参照第 45 页）也有说明。

使用电力线和电通线很容易解决含电介质电容器问题，使用磁通线和磁力线也可以容易地解决含磁性体的线圈问题。现在请思考，如图 5.13 所示，将比透磁率为 μ_r 的强磁性体围成环，会空出细小的缝隙。在相反侧导线绕了 N 圈，电流 I 流出，缝隙间的磁通密度会怎样变化呢？

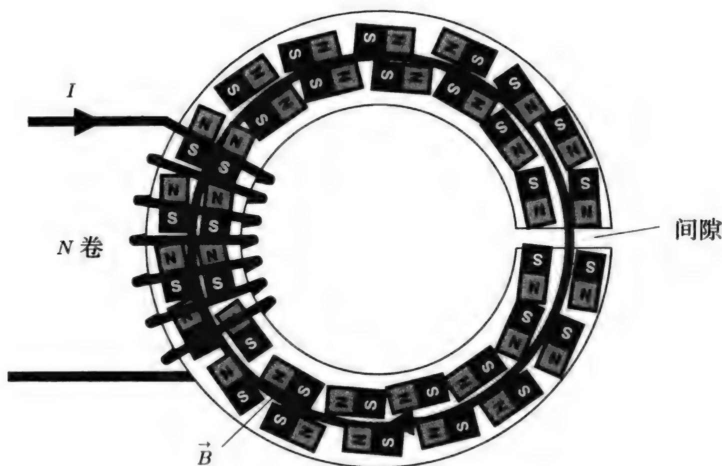


图 5.13　在留有间隙的环状强磁性体上环绕螺线管

首先，思考螺线管做成的磁通线 $\vec{B}$ 在螺线管外会变成什么。从螺线管出来的磁通线不能切断都要回到螺线管处，这和通过磁性体中的情况很相近。虽然难以用数学公式来说明，但可以简单直观地将其理解成"自由回转的小磁石的结合体"。螺线管会趋向一定的方向，这样便会强制螺线管外侧形成的微小磁石按照原子磁石自身的磁场整齐地排列。如此以来，因为围磁体性一周会产生很强的磁场，所以磁性体外侧的磁场和它相比就可以忽略不计了。此时，磁通线会相互分离，就与 $\vec{B}$ 磁体性的断面很相近了。

再说间隙的变化，因为磁通线要尽可能短长度相接，所以是纵贯而垂直于间隙。又因为磁通密度是无处不连接的，所以可以认为等同与 $\vec{B}$ 的磁体性内部。另外，磁场的强度 $\vec{H}$ 的向量与磁性体的断面是不连接。这是因为，磁化的磁性体端面产生的磁极由 N 向 S 沿 $\vec{H}$ 移动的缘故。

磁性体外部的磁场强度为 H_{ext}、内部的磁场强度为 H_{int}（图 5.14）。磁性体的环绕长度为 l、间隙的长度为 d，依照磁场强度的安培定则可得

$$NI = H_{int}\ (l-d) + H_{ext}d$$

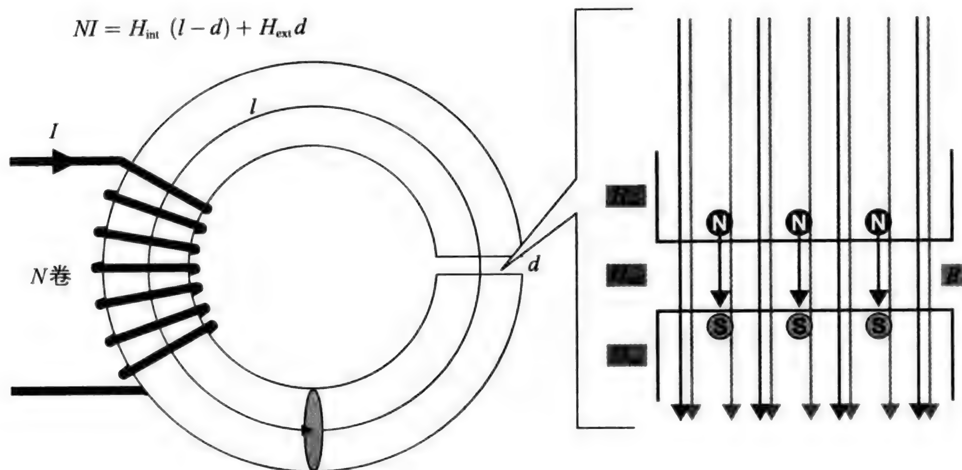


图 5.14　导线卷绕环状磁性体部分

B 和 H 的关系为

$$B = \mu_0 \mu_r H_{int}$$

$$B = \mu_0 H_{ext}$$

这里用 H_{int} 来表示 H_{ext}，依照安培定则变形为

$$NI = \frac{H_{ext}}{\mu_r}(l - d) + H_{ext} d$$

这里 μ_r 取值非常大，在数万至数十万。于是第 1 项的分母越大分式值越接近于零

$$H_{ext} = \frac{NI}{d}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{d}$$

这是因为，磁性体间隙的磁场，卷线密度 N/d 相当于螺线管内部的磁场。换言之，也可以说成相反方向的螺线圈都塞入了幅 d 中。

实际上，这样的构造在制造小空间的强力磁场方面使用很广泛。比如，录像带和硬盘等还有使用磁力记录信息的装置的记录磁头等（图 5.15）。

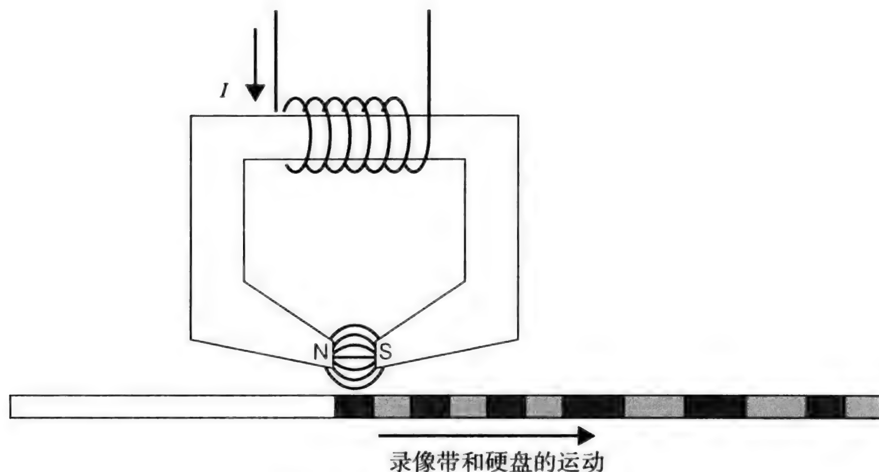


图 5.15　磁力记忆装置的原理

E-H 对应电磁学

磁石的发现还要追溯到公元前，发现磁场产生电流则是19世纪以后的事情。历史上对磁场的认识，根据观测到的事实，认为存在相当于电荷的叫做“磁荷”的物质，如此想来也是不得已的事情。而事实上，磁荷的成立可以从库仑定理得知。

$$F=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}$$

q_{m1}、q_{m2}：磁荷［Wb］

只是，要换算成现在的单位。磁荷的量纲[Wb]=[T・m²]和磁通的量纲相同，这与电荷同电通的量纲相同是相对应的。现在起，将单位磁荷受力的向量定位磁场$\vec{H}$

$$\vec{F}=q_m\vec{H}$$

这种电磁学叫做“E-H对应电磁学”。E-H对应电磁学从这儿出发，研究磁性体原子的正负磁荷分极现象（磁力分极），用磁体性存在时的高斯定理可以简单记述的磁通密度$\vec{B}$登场。这里理论可以展开为，与$\vec{E}$相对的$\vec{H}$，与$\vec{D}$相对的$\vec{B}$是完全对应的，如此完美整齐的对应关系也得益于E-H对应电磁学原理的支撑。尤其在解释、研究磁石的磁力学中被认为作为磁场来源的磁荷和磁石的性质这一点上，E-H对应电磁学一直占据着主流。

但是，与电荷不同，磁荷无论怎样都不能与N和S分离。这也是因为，磁荷是仅可见的假想的存在，含磁石的所有磁场都由电流产生。然而，E-H对应电磁学不能对为什么电流和磁石产生同样的磁场进行很好的解释，这可以说是它的弊端所在。

另外，因为现在可以知道所有磁场都有电流起源，所以高等教育中将主流电磁学首先定义为电流由磁场产生。这一流派叫做“E-B对应”。但是，E-H对应电磁学也有缺点，漫画中也是如此，“为什么$\vec{H}$作为物理量登场”要说明这一必然性也很费周折。但是如果对“E-H”对应电磁学有了解，就可以理解$\vec{H}$存在的意义。

COLUMN 专题 抗磁性和磁浮

抗磁性是受到外加磁场作用时，电子轨道运动会发生变化，而且在与外加磁场的相反方向产生很小的合磁矩。抗磁性体放入磁场如图 5.16 可以看到外部磁场反射的磁极。

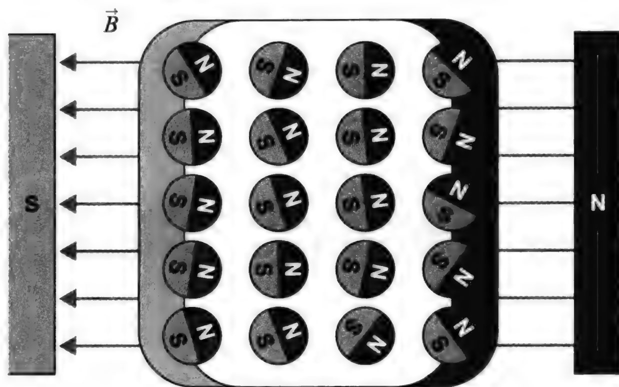


图 5.16　抗磁体添加磁场时的现象

抗磁性产生的原因,不能单纯用回转的微小磁石样本来说明。试着简单说明如下。产生原子磁石的原因是电子的轨道运动和旋转（自转），一些元素与逆向的电子结成一对，完全抵消了。也就是说，外部磁场不发动时这些原子并不是磁石。但是电子的轨道运动不是一定的，一旦外部磁场发动，性质会发生微小的变化。成对的电子在外部磁场的运动是相反方向的，外部磁场发动时抵消被破坏，此时可以看见外部磁场的一些逆向成分。这就是原子抗磁性的起源。所有的原子本质里都有抗磁性，但因为效果比较弱，多数物质用电子自旋起源常磁性表示。

如图 5.16 所示，半磁性体期待磁石的接近和反弹力的作用，因为抗磁性非常弱，不能直接看见效果。但是，使用强力的磁石——钕磁石可以看见很有意思的现象。比如，水是抗磁性体的一种，从水管里流出的水一接近强力的磁石就像讨厌水一样儿远离它。磁石的同极还会发生反弹就不觉得珍奇吗？所以试着将自由运动的小磁石接近别的磁石，它们必须靠旋转才能相互吸引，所以这和“同极排斥”现象虽然相像，但实则不同。除此之外，石墨和铋等物质也具有很明显的抗磁性。

“磁悬浮”最简单直观地向我们展示了抗磁体的效果。在强有力的磁石上放置抗磁体，磁通线避开抗磁体，环绕分布。因为磁通线想要相互扩展，抗磁体受到从横向和下方而来的压力。也就是静止悬浮在磁石的上方。将永磁体放置于下方磁极的相反方向，它也会快速旋转紧紧附着在一起，所以只有抗磁体才会自然地悬浮于磁石上（图5.17）。

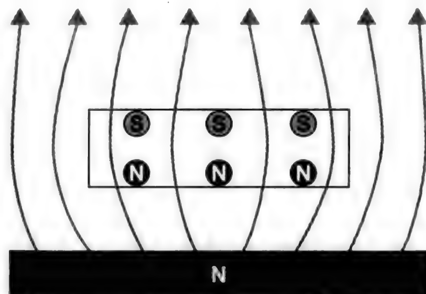


图 5.17　悬浮于磁石上方的抗磁性

大家有没有在电视中看到过超导体悬浮于磁石上方的现象呢？超导体同时拥有“完全抗磁性”这一性质，有巨大的抗磁效果。简单来说，超导体是对电流通过毫无抵抗的物质，当磁通量想要进入超导体内部时，通过电磁感应（第 6 章）产生大小正好使其消失的电流，磁通量就不能进入其内部。这就是“迈斯纳效应”，超导体的上方甚至可以承受一个人的重量，其反弹力之大令人震惊。

CHAPTER6

第6章

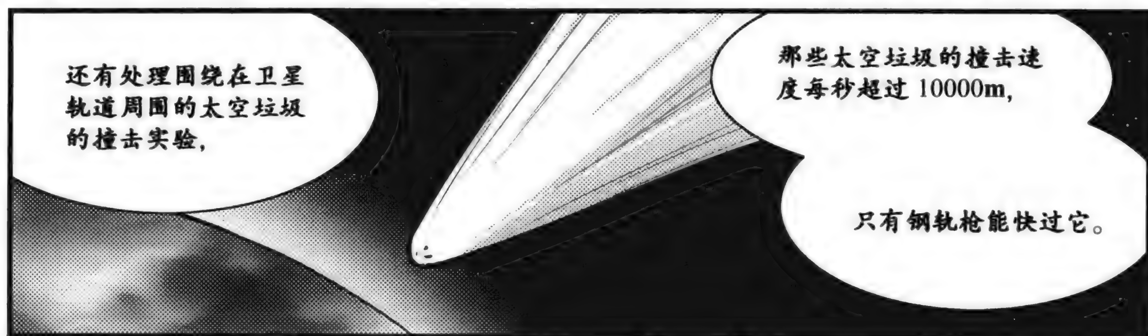
运动的电磁学和麦克斯韦方程式




啪
咔
啪
咔


作业完成得不错!
这两天我查了一大堆
钢轨枪的用途哦!
那我就洗耳恭听喽!


钢轨枪不仅可用于
军事领域,
还可运用于核聚变实验
炉或新材料的实验中。
ISS
国际空间站
国际热核聚变实验炉
(ITER)
比如,核聚变实验用的燃
料氢气板需要用钢轨枪打
进实验炉中。


还有处理围绕在卫星
轨道周围的太空垃圾
的撞击实验,
那些太空垃圾的撞击速
度每秒超过 10000m,
只有钢轨枪能快过它。


上次你让我看的实验不就是这个实验吗？


嗯，
是啊！
呵呵
鼓掌
鼓掌


这个实验是宇宙空间站计划的一部分。
impact
其实刚才你也提到了，开发能经得住太空垃圾撞击的新材料才是我们的主要目的。


果然不是为了制造武器……


既然是这样，你怎么不早告诉我呢！


我要解释反而显得像在说谎吧，
我最希望的，是你通过自己的观察，亲自去调查，然后深刻理解它不仅仅是一种具有破坏性的武器。

不过呢，
它还有一个更远大的任务哦，

研发钢轨枪的一个更辉煌的作用！

我自己有一个梦想，

梦

究竟是什么啊？

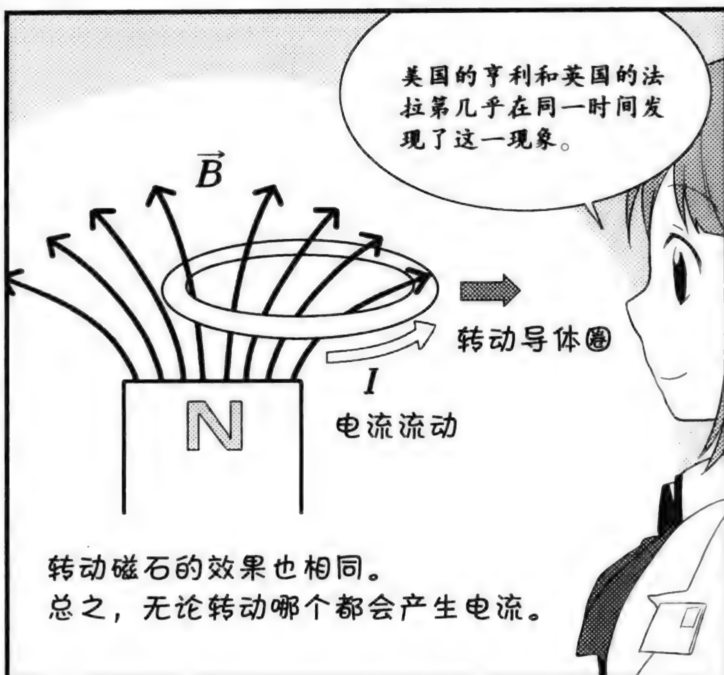


6.1 电磁感应



※ 1820 年，奥斯特（参照第 109 页）。


差不多，
专业用语叫
“电磁感应”。

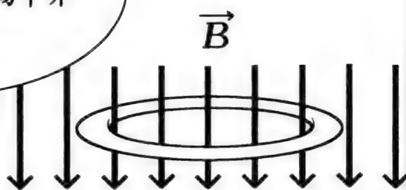

美国的亨利和英国的法拉第几乎在同一时间发现了这一现象。
$\vec{B}$
转动导体圈
I
电流流动
N
转动磁石的效果也相同。
总之，无论转动哪个都会产生电流。

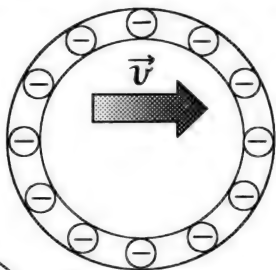

从奥斯特的发现再到这个发现，经过了整整11年哦，
之前谁都没有想到“还可以转动磁石”。


哼，我要是早出生200年的话啊……
你就别吹牛啦！


洛伦兹力 $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$
$\vec{F}$
$\vec{B}$
$\vec{v}$
电磁感应还需从洛伦兹力开始讲起。

我们把圆圈状的导体放入垂直的磁场中并转动它，





导体中的电子受到洛伦兹力后会怎样呢？

此时的电子为负电荷大 e，

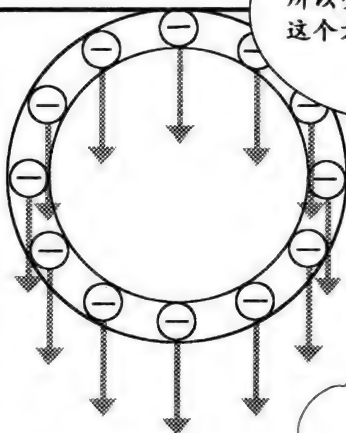
所以洛伦兹力为负数。

$\vec{F}=-e\vec{v}\times\vec{B}$

是吧？

外积的规则是……

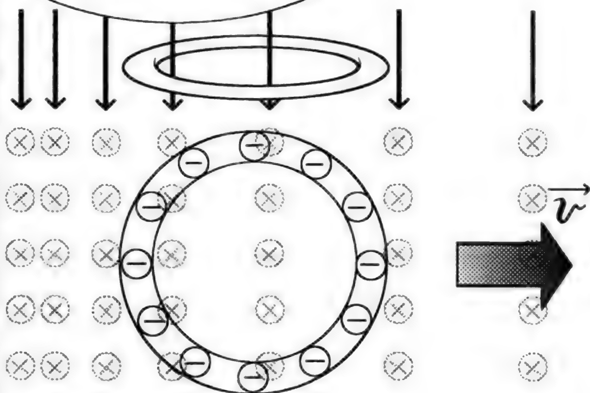
右手螺旋定理……



所以受到的是来自这个方向的力。

对！

接着，我们将磁场从左到右逐渐减小，



从正上方看到的 $\vec{B}$ 矢量

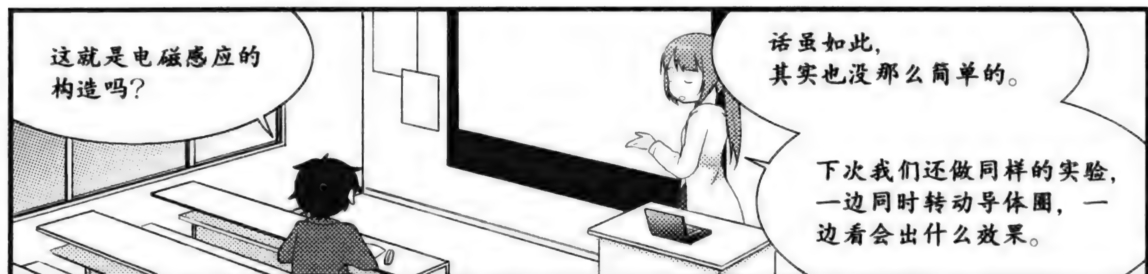
这时，导体中的电子，还有圆圈左侧和右侧，

受到的力分别多大呢？

※ 画图时，垂直的矢量图标为：⊗上→下，⊙下→上（第 163 页）。

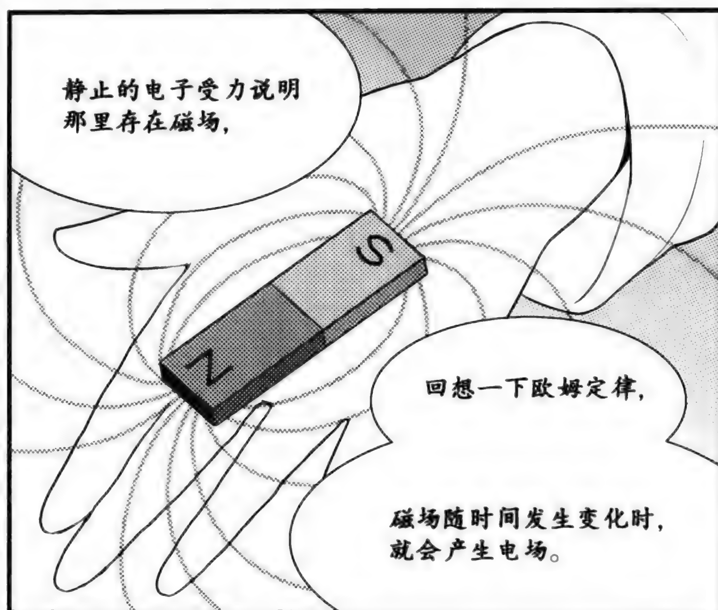

圆圈左侧磁场较大，
那么力也较大吗？


哗
大
吱扭～
吱扭～
小
想想水车，
导体内的电子全部受到向左转的力，
也就是说，
电流是沿着圆圈转动的方向流动的。

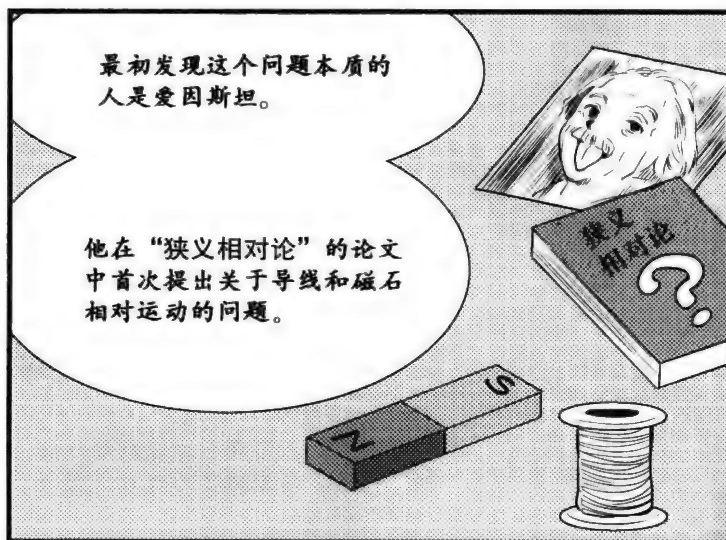

这就是电磁感应的构造吗？
话虽如此，
其实也没那么简单的。
下次我们还做同样的实验，一边同时转动导体圈，一边看会出什么效果。


啊？
谁看不都一样吗？
不知道啊！
是啊。
但是观察者看到的是“静止的导线和运动的磁石”哦。
对他来说，电荷是静止不动的。
电荷为什么会受力呢？
可是用运动的导体环圈解释不就行了吗？


那如果真的把磁石拿开呢？
嗯……


静止的电子受力说明那里存在磁场，
回想一下欧姆定律，
磁场随时间发生变化时，就会产生电场。


哈哈！
有没有搞错啊？
嗯，其实这里蕴含着很深的学问哦。


最初发现这个问题本质的人是爱因斯坦。
他在“狭义相对论”的论文中首次提出关于导线和磁石相对运动的问题。
狭义相对论


所以，要解开这个谜，就必须用到相对论。
不过现在我们只需要了解“有这么回事”就行了。

6.2 法拉第电磁感应定律

意识到电磁感应本质的人就是法拉第。

将导线放置于变化的磁场中时发生流动电流。

那，如果把导线拿开，放入一个电子，又会发生什么情况呢？

电子会……

动起来？

对呀！
因为没有定律提到导线内的电子和一个电子有区别，所以电子都是会受到力的作用的。

也就是说，

电磁感应的本质是“变化的磁场激发电场”，

感应电流仅仅是人们通过观察得到的结果。

意思是，没有导线也能产生电场？

说得很对哟！

法拉第发现了磁场的变化和产生的电场之间关系成立的定律。

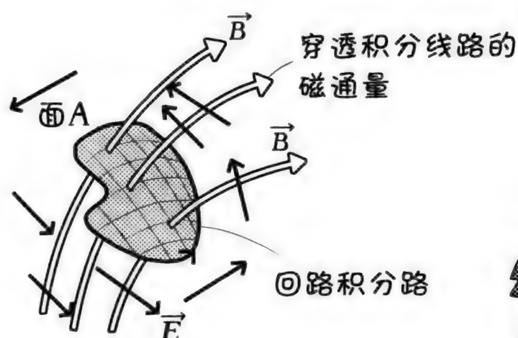
法拉第电磁感应定律

$$V = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

V 关闭的圆圈中产生的感应电势 [V]

Φ_m 贯穿该积分回路的磁通量 [Wb]


电磁感应?
又是一个新词儿吧?


图解法拉第电磁感应定律
$\vec{B}$
穿透积分线路的磁通量
面A
$\vec{B}$
回路积分路
$\vec{E}$
无论什么样的路径，都要沿着闭合的圈回路积分电场。
这就是感应起电力的定义了。


和安培定律一样啊!


是的。
电磁感应的定律是“闭合环圈的感应电势和穿透其中的磁通量的时间变化率一致”。
听明白了吗?


负的符号呢?





6.3 法拉第电磁感应定律的微分形式



回路积分

$\vec{B}$

面积 ΔA

$\vec{E}$

好了，
我们先来思考一下磁通密度矢量场吧！

法拉第电磁感应定律的微分形式

和安培定律时的情况不一样吗？

这次矢量场的时间性变化有些不同。

原来如此……

矢量场的时间变化分两种，一种是"大小变化"，一种是"方向变化"。

今天这里只考虑大小变化哟！

和安培定律时一样，

我们还要想想与 B 垂直的小圈面，

嗯……

感应电势是 $\vec{E}$ 的回路积分，

磁通量是 $B\Delta A$，
所以……

穿过圈面的磁通量等于圈面积 ΔA 和 B 的乘积。

这里套用法拉第电磁感应定律的话会如何呢？

……
是这个吧？

$$V=-\frac{d\Phi_m}{dt}\text{（法拉第电磁感应定律）}$$

$$[\vec{E}\text{ 的回路积分值}]=-\frac{d}{dt}(B\Delta A)$$

答对了！

然后，我们再将它像安培定律时那样变形。

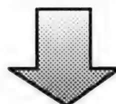
把 ΔA 移到左边，逐渐缩小圈面……

啪啪

啪啪

变成这个样子了！

$$[\overrightarrow{E}\text{的回路积分值}] = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\Delta A)$$



$$\frac{[\overrightarrow{E}\text{的回路积分值}]}{\mathrm{d}A} = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

左边和安培定律是一样的，为 rot$\overrightarrow{E}$ (rotation$E$)；

右边换成了磁通密度 $\overrightarrow{B}$ 的变化率。

看这个，

再改一下可以得出“电场的漩涡等于磁场的时间变化”呢！

$$\mathrm{rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$$

咦？

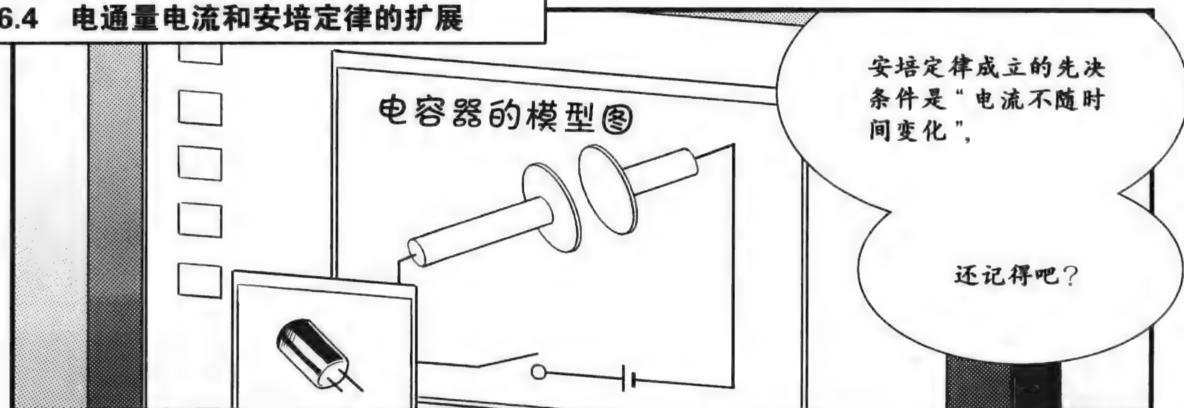
∂

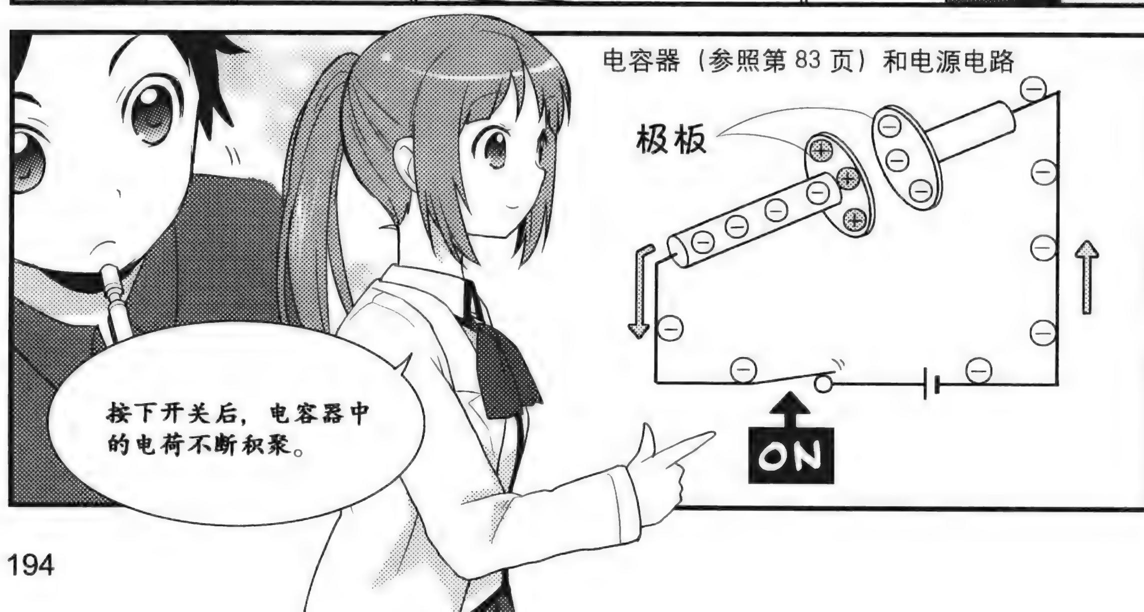
右边这个积分符号是什么啊？





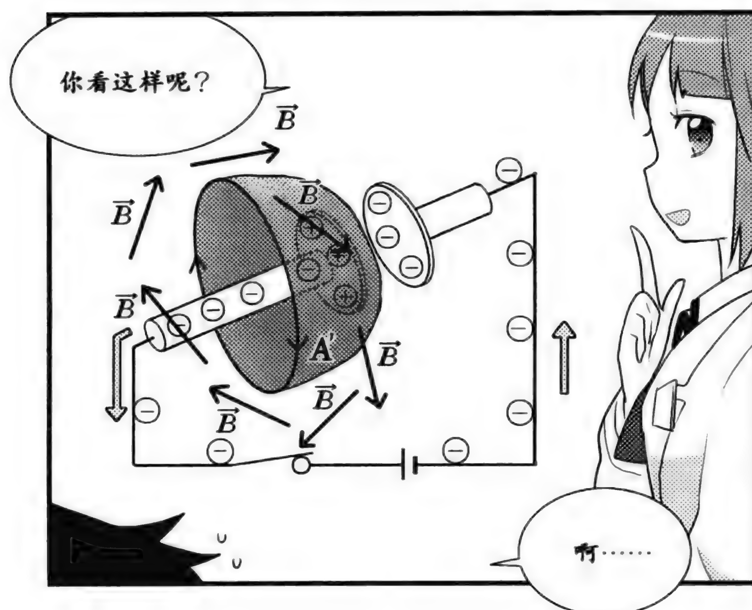
6.4 电通量电流和安培定律的扩展






负极板上电子积聚，
电子被正极板挤出来。


是的，从外面看上去是正常的电流流动呢！
根据安培定律，“路径 C 上，磁场回路积分等于穿过面 A 的电流”。
路径 C
A
看上去没什么不对劲的……


你看这样呢？
A′
呵……


将面稍微一变形，就能阻止电流穿过哦！
好哇，原来刚才你是在捉弄我呀！

定律如果什么情况下都不成立的话也就不叫“定律”了哦！

所以这张图嘛，安培定律并不成立，

但是英国的理论物理学家麦克斯韦想到了一定是贯穿面 A' 的“某种东西”在流动。

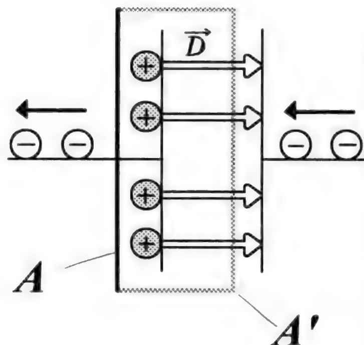
啊？某种东西在流动？

麦克斯韦注意到贯穿面 A' 的电通量 Φ_e 会不断增加。

于是他发现了电位移通量对时间的偏导数正好等于流经电路的电流

于是将其命名为“位移电流”。

位移电流 $\dfrac{d\Phi_e}{dt}$

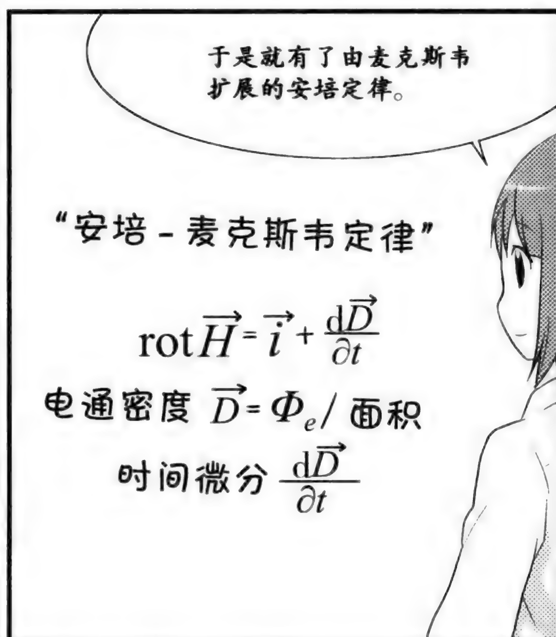


就是说，电容器的极板间也有电流流过？

对啦！麦克斯韦的解释是：电通量电流是和电荷移动形式不同的电流。









※ 有关“量纲”的内容请参照第 91 页。

6.5 麦克斯韦方程式

好，现在要进入最后一讲啦！

提出位移电流假说的麦克斯韦注意到，在此之前被发现的有些电磁学定律，

不过是基本定律的换一种表达方式而已。

换一种表达方式？

比如说，

库仑定律和高斯定理的数学式表达的其实是一个意思。

毕奥-萨伐尔定律和安培定律也是如此。

库仑

高斯

毕奥-萨伐尔定律

安培定律

对啊，真是这样的！

对称性

关联性

后来他又发现了电场遵守的定律和磁场遵守的定律具有

“对称性”和“关联性”。

真的！公式的样子都好像哦！

电场的旋转就是法拉第电磁感应定律。

法拉第电磁感应定律

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

与之对应的是

安培-麦克斯韦定律哦

对应

法拉第电磁感应定律

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

安培-麦克斯韦定律

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

对应

高斯定理

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

?

所以，与高斯定理对应的应该是

磁场的定律。

想想看啊，高斯定理的磁场版是，

“贯穿封闭曲面的磁通量等于其中的磁荷”，

可是，磁荷不是不存在的嘛？

是的。所以右边必须是零。

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

磁通密度没有发散。

这是麦克斯韦发现的又一个电磁学基本定律。

好啦，现在我们来总结一下麦克斯韦方程式。

这是 1865 年麦克斯韦发表的电磁学基本定律。

麦克斯韦方程式

1. 高斯定理

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$$

电荷发散电通密度

2. 针对磁的高斯定理

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0$$

因磁荷不存在，故磁通密度没有发散

3. 法拉第的电磁感应定律

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

电场的漩涡等于磁通密度的时间变化

4. 安培-麦克斯韦定律

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

磁场强度的漩涡等于电流密度和电通量电流密度之和

（电通量电流密度即电通密度的时间变化率）

准确地说，麦克斯韦发表的方程经过赫比赛德和赫兹将其中不要的方程除去后，才有了我们现在看到的“现代麦克斯韦”四方程组。

怎么样？电场定律和磁场定律、发散和旋转，这样的对称形式是不是很美？

据说，统计力学的鼻祖玻尔兹曼看见后惊呼，

“这是神创造的艺术品”！

这四个方程式都能用来解释电磁现象，

因为150年过去了，至今还没有发现过违背麦克斯韦方程式的现象。

最初看到这些的时候真是一头雾水呢。

了不起的方程式啊……

但是麦克斯韦方程式也不是一开始就被人接受的。

接下来的内容会很有趣，

6.6 电磁波

就是最后要讲的麦克斯韦方程式和“光”。

人们很早以前就知道光是一种以无以伦比速度前进的“物体”，

但是却不知道它究竟是什么。

我听说过一种说法是光就是电磁波。

是的，麦克斯韦发现自己发表的方程式里带有“波动解”。

波动解？

听上去似乎很难啊。

其实也不难哦。我们知道声音是空气的振动，

是空气的压力变成波向外传播，对吧？电磁波也是一样。

啪！

电磁波

电场和磁场也都能转变成波在空中传播，

这个波就叫“电磁波”。

还可以换种说法，即刚才“电通量电流”的假说介绍过的

——磁场的漩涡生成电场。

法拉第电磁感应定律 → 电场的漩涡生成磁场

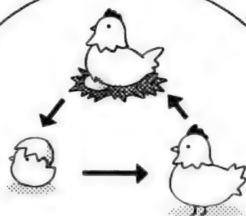
安培－麦克斯韦定律 → 磁场的漩涡生成电场

所以，麦克斯韦一开始就想到，如果存在电场的漩涡，

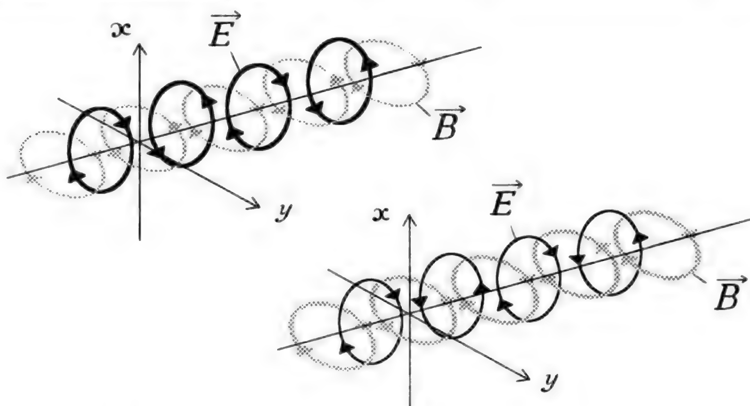
电场和磁场交替振动时就应该产生波。

电场的漩涡生成磁场，磁场的漩涡又生成电场……

这怎么像先有鸡还是先有蛋似的啊！



画成图是
这样的，



这是表示变化的电场激发磁场，
磁场激发电场的模型图。
由电场产生的磁场激发的电场最初与电场方向相反，
这点需要注意。也就是说该系列本质上具有振动的要素。

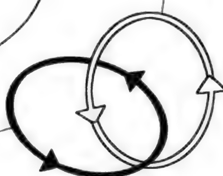
电场矢量场好像连环套圈呢，

电场的漩涡 rot$\vec{E}$
就在其中。

所以法拉第电磁感应定
律推导出 $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$。

就是说这里产生了
磁场？

是的。
产生的磁场朝电场连环圈
方向穿过。



所以，

因磁场中存在漩涡 rot$\vec{H}$，
所以由安培 - 麦克斯韦定律

推导出 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$。

这次产生的电场和刚才
的方向相反吗？





可是光有这个大家就接受了？

没有，刚才也说了，位移电流这一理念始终没有得到承认。

但是如果能证明电磁波的存在，那么位移电流就名正言顺了，

于是科学研究组织为了寻找电磁波存在的证据，不惜悬赏鼓励实验。

WANTED

?

ℳ10000







不过麦克斯韦说不定早就知道了呢，

他一直坚信自己的发现一定是正确的。

话说神也是偏爱美丽的规律啊。





对啊，
我来这里的目的
是为了升学呢，
不过学着学着发现电
磁学其实很有趣哦！


嘿嘿，
这可是我的功劳哦，你要
怎么向我表示感谢呀？
最好是物质感谢！
哪有自己张口
要东西的……


那么，我要先
请教……
钢轨枪的更吸引人的
用途到底是什么？


噔
那个是……


我的一个梦……


月亮！

小 结

电磁感应定律的证明

法拉第发现的电磁感应定律将一看似乎是两个没有直接关系的物理量——沿任意回路进行一周积分的电场和通过回路的磁通量随时间的变化用等号连接起来，实在是令人觉得不可思议。无论在什么情况下，使用高等数学就可以证明法拉第电磁感应法则的正确性。但是计算相当烦琐，所以在这里我们使用简单的例子来证明法拉第电磁感应法则。

图 6.1 表示一个长方形的导体线圈在磁场中的运动状态。线圈的右半部分和左半部分分别处于不同的磁场中。磁场与纸面垂直，从下而上，左边部分的大小为 B_1，右边部分大小为 B_2。

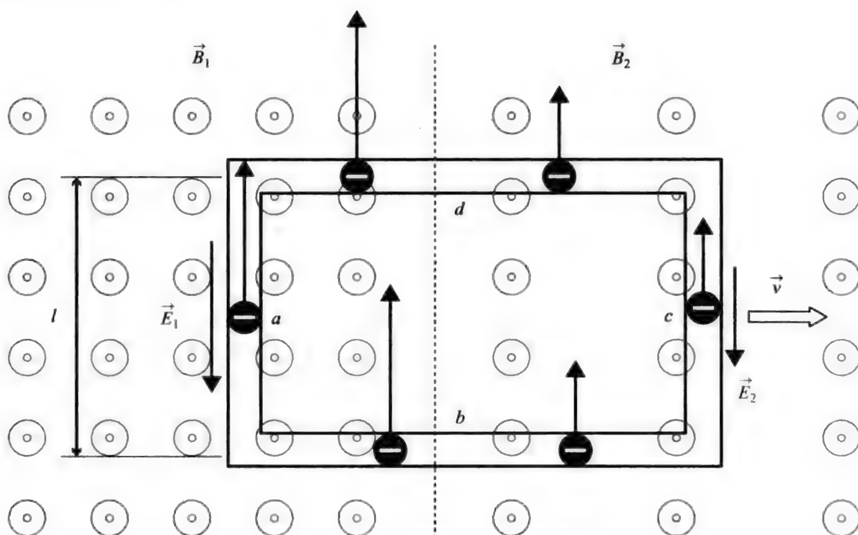


图6.1 法拉第电磁感应定律的证明

现在，线圈向图的右侧以一定的速度 v 运动，那么线圈内的电子各自受到洛伦兹力。线圈的四条边是 a，b，c，d，b 边和 d 边所受的洛伦兹力与导线垂直，所以它们不会对电流产生影响。

再来看一看 a 边和 c 边的情况，电子所受的洛伦兹力分别是 $\vec{F}_a=-e\vec{v}\times\vec{B}_1$、$\vec{F}_c=-c\vec{v}\times\vec{B}_2$，方向为沿着导线的方向。

但与线圈一起运动的人可以在电场中看到这个现象。图中指出，有的人会认为电子所受的力是洛伦兹力，也有人认为是通过电磁感应产生的电场带来的力。但从结果来看电子所受的力的大小是相同的。荷电粒子所受的力与电场的关系是 $\vec{F}_a=-e\vec{E}_1$、$\vec{F}_c=-e\vec{E}_2$，所以可以用洛伦兹力的大小计算出 $\vec{E}_1$ 和 $\vec{E}_2$ 的大小。分别是

$$a\text{边}:-e\vec{v}\times\vec{B}_1=-e\vec{E}_1 \quad\rightarrow\quad E_1=vB_1$$
$$c\text{边}:-e\vec{v}\times\vec{B}_2=-e\vec{E}_2 \quad\rightarrow\quad E_2=vB_2$$

也就是说电场是使 a 边和 c 边中电子运动的原动力，其大小为 vB_1，vB_2。下面计算一下将电场沿导线方向进行逆时针旋转的环路积分。

$$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=E_1l-E_2l=vl(B_1-B_2)$$

左边的 $\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ 是环路积分的演算记号，表示“取前进方向的矢量 $\mathrm{d}\vec{s}$ 和电场 $\vec{E}$ 的内积并旋转一周,将其值合并”。内积的值只能通过与电场 $\vec{E}$ 和 $\mathrm{d}\vec{s}$ 平行的 a 边,c 边得到，可以得到答案 E_1l-E_2l。用磁场重新代入整理得 $vl(B_1-B_2)$。

再考虑一下线圈中磁通量的时间变化。因为线圈以速度 $\vec{v}$ 向右移动，从右方获得每秒 vlB_2 的磁通量，左方散失每秒 vlB_2 的磁通量。因此，美妙的变化差值为 $vl(B_2-B_1)$，与电场的环流积分加上负号的值一致。所以，法拉第的电磁感应法则

$$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

成立。

此外，以上证明中还隐藏了一些直观理解法拉第电磁感应法则的线索。空间 a，c 中的微小空间 $\mathrm{d}s$ 受到的感应电动势 $E\mathrm{d}s$ 与该区间每秒移动的面积 $v\mathrm{d}s$ 乘以磁场 B 的量相等。

如果我们可以换个想法的话，这正是计算横穿该区间的磁通线的数量。如果进行环路积分，就是计算线圈每秒获得多少力线，散失多少力线。也就是沿着线圈的电场 $\vec{E}$ 的积分值，所以将这些用等式连接起来就是法拉第的电磁感应法则。

安培-麦克斯韦定律的证明

图中虽没有使用公式，但是在给电容器充电时，可以证明安培-麦克斯韦定律的成立。图 6.2 是从侧面看到的电容器充电的断面图。

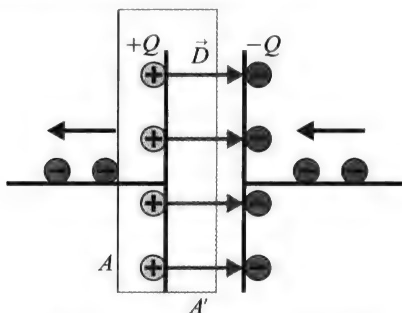


图6.2　电容器充电时的切面图

面 A 是电流通过的平面，面 A' 是用极板对电容器侧面进行切割的横切面。极板在某一瞬间积蓄的电荷量是 $\pm Q$。面 A 和面 A' 构成的闭合曲面是高斯面，适用于高斯定理。对于电容器来说，极板上的电荷产生的电力线全都通过面 A'，而没有通过面 A 的力线。因此，

$$\Phi_e（面 A'）=Q$$

（封闭曲面中放出的电通量等于该封闭曲面内侧的电荷）对公式的两边进行时间微分，左边用电通量的时间微分表示：

$$\frac{d}{dt}\Phi_e（面 A'）=\frac{dQ}{dt}$$

左边表示通过面 A' 的电通量的时间变化，右边的 dQ/dt 表示电容器中积蓄的电荷的增加率。左边的极板中积蓄的正电荷与通过面 A 流出的电子相等，所以 dQ/dt 等于通过面 A 的电流。准确来说可以表示为通过面 A' 的电通量的时间变化与通过面 A 的电流相等。

电磁波的产生和原理

麦克斯韦预言了“电磁波”的存在，赫兹证明了电磁波的存在并完成了古典电磁学。确实，通过解析麦克斯韦方程，可以得知真空中存在传波的电场、磁场，但是这一解析对高等数学的知识有很高的要求。本书试着不用数学等式，通过产生电磁波的结构组织来理解电磁波。作为前提，首先要承认对特殊相对理论的推论“所有作用都不能超过光速传播”。

如图 6.3 所示，在原点处使正负电荷接近。 这种状态被叫做“电偶极子”。第 3 章讲解的“内部偏颇的原子”其实也是电偶极子的一种。电偶极子周围产生电力线的计算如图 6.3（a）所示。横向看力线是从正电荷出来被吸入负电荷中的，正负电荷完全重合的时候外部不出现电力线。如果将正电荷与负电荷兑换，结果完全相同的电力线会逆向相对如图 6.3（b）所示分布。剩下的就可以理解了。将“墙壁上按钮的状态”为例分析如图。

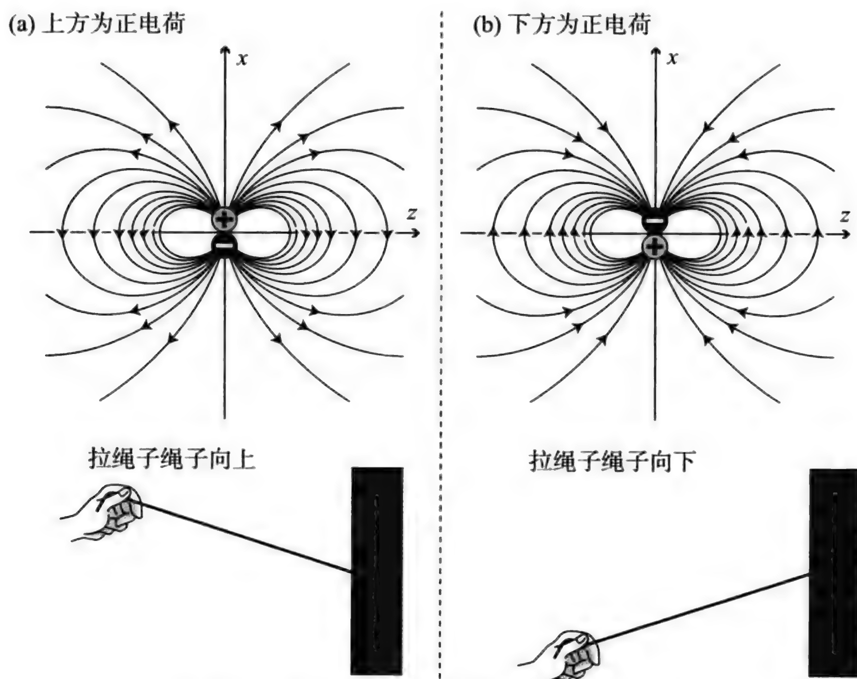


图6.3 电偶极子构成的电场和对应绳线的状态

接下来，请思考将电偶极子和连着弹簧的秤砣秤锤进行对比(类比)，如图6.4所示。将弹簧与秤锤相连，弹簧被拉开后放手，秤锤会以平衡点为中心振动。原子电荷的偏离状态也是因为，在电子的“质量”和库仑力的作用下“复原力”的存在，如此便可以想象弹簧下的秤锤是如何振动的了。将它作为偶极子的原型，偶极子就会反复地正、负逆转。这就被称为“偶极子振动”。要说到如何使偶极子振动，最简单的就是原子间的相互碰撞。“温度”用来表示原子不规则运动的激烈程度，所以高温的原子相互激烈碰撞。此时，电子偏向一方，以此为契机偶极子会振动起来。在第1章的后续介绍中提到了“高温物体根据原子振动在可视领域放射电磁波。”其实这就是现在所论述的偶极振动。

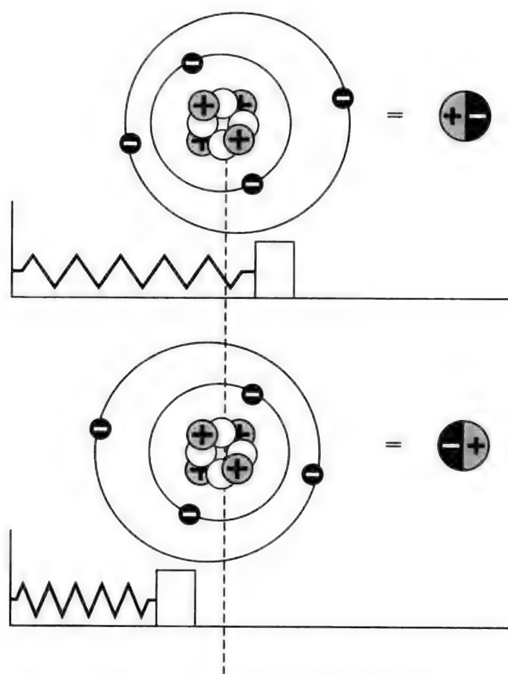


图6.4　电偶极子和“连着弹簧的秤砣秤锤”的类比

虽然振动的偶极子产生的电力线反复如图 6.3（a）和（b）所示的状态，但是观测者认为在此也存在与偶极子分离的点。能否在偶极子的电场发生逆转的同时感觉到呢？依据特殊相对型理论保持有限速度的电力线的变化无一例外。虽然放到原点的电偶极子会产生一个挨着一个的逆转的电力线，但是它的影响不会瞬间扩展到整个空间，那些离电荷较远的地方会晚些受到影响。这样一来，电力线就会在偶极子逆转的时候被电荷“扭断”。因为如果不这样就不符合电力线的规则。被扭断的电力线会变成环状，远离偶极子。

告诉振动的电偶极子产生的电力线横向图如图 6.5 所示。这里，电力线远离偶极子的速度和真空的光速一致。电力线之所以会变成环状，是因为电力线不会发散，也就是说电荷只在原点处有对应。电力线变成环状用 $\mathrm{rot}\vec{E}$ 表示，那么此处产生的磁场就应该是$\left(-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$。

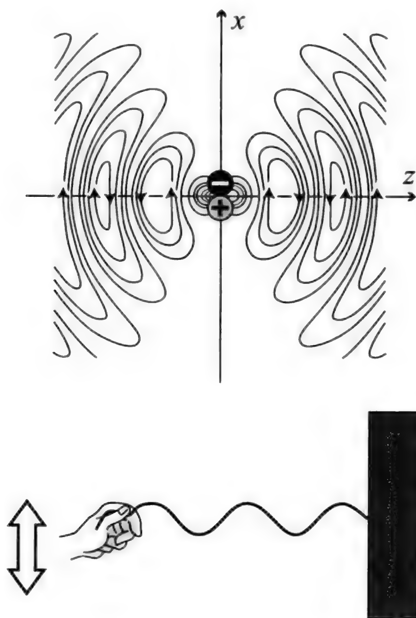


图6.5　振动的电偶极子周围形成的电力线和弦的振动

相同的现象，站在磁场上的立场看一看。所谓偶极子的振动就是电荷的运动，电流的流动。偶极子在 x 轴获取的电流方向为 x 轴，这可以看作是一个电流片段。电流片段产生的磁场根据毕奥-萨伐尔定律被表示，从电流片段的正上方(x 轴正方向)看时，电流的方向从纸面下向上逆时针转，纸面上向下顺时针回转。因为电流产生的磁通线的变化也与电力线的变化以同样的速度传送，所以振动的电流片段就在它周围产生的磁场如图 6.6 所示，以同心状互相逆向连续环绕。也就正好可以理解磁通线如图 6.6 所示电力线绕成了圈状。

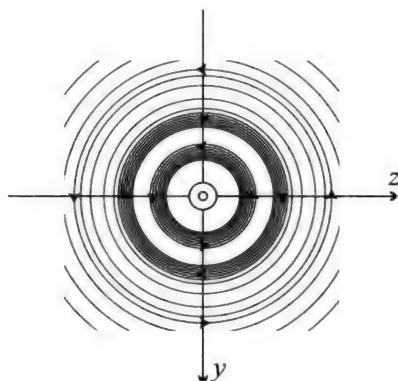


图6.6 振动的电偶极子周围形成的磁通线

从以上说明可以得知，振动的电偶极子会导致电场和磁场产生电磁波。将现在的说明和弦的振动对比会非常有趣。再回到图 6.3 可以看见围绕偶极子产生的电场，呈现猛然开启的按钮的状态。反方向的偶极子保持着张力并向下移动。如果这是发生在反复的高速状态下，会发生什么呢？如图 6.5 所示，弦上会产生波。电力线有“越短越好”的特性，这和弦的张力是一样的，引起波动的构造也是一样。现在，因为已知麦克斯韦方程和特殊相对理论是正确的，所以这一道理的说明也变得很简单，19 世纪，凡是这一构想涉及的科学领域都会被科学工作者们大为称道吧。

现在以一个原子为例，含导体的自由电子也会振动并发出电磁波。赫兹最初产生的人工电磁波如图 6.7 所示进行装置。交流高电压产生的线圈如图所示连接安装了 2 个金属球。金属球会使导线被拉伸，这就会空出一点空隙。如果施加振动电压，空隙间放电会产生使导线振动的电流。于是，两端的金属球就会交替积蓄正、负电荷。这就是真正的偶极子振动。产生的电磁波波长数为 *m*，检出结果显示直径数 *m* 的导体圈适用于空隙处。振动的电磁波会使线圈处产生诱导电流，可以观测到空隙处产生火花。现在我们已经知道了有许多比电偶极子更能发射出电磁波的导体形状，我们通常称其为“天线”。

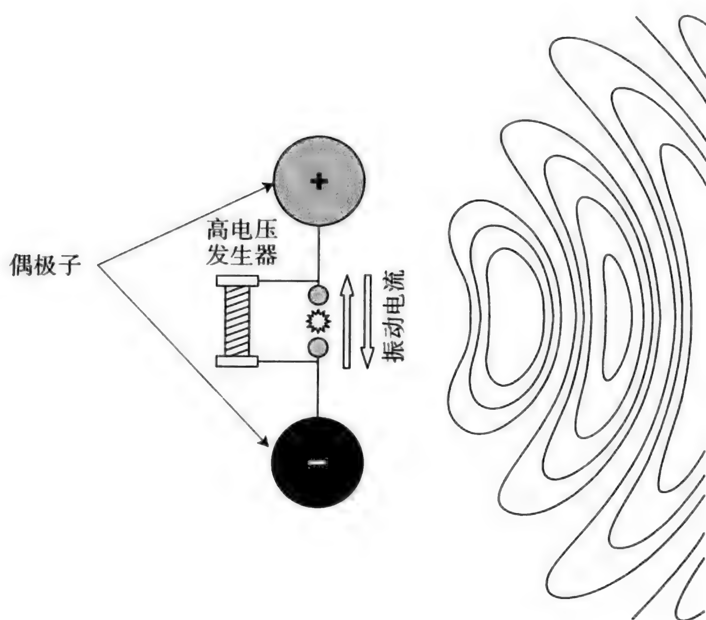


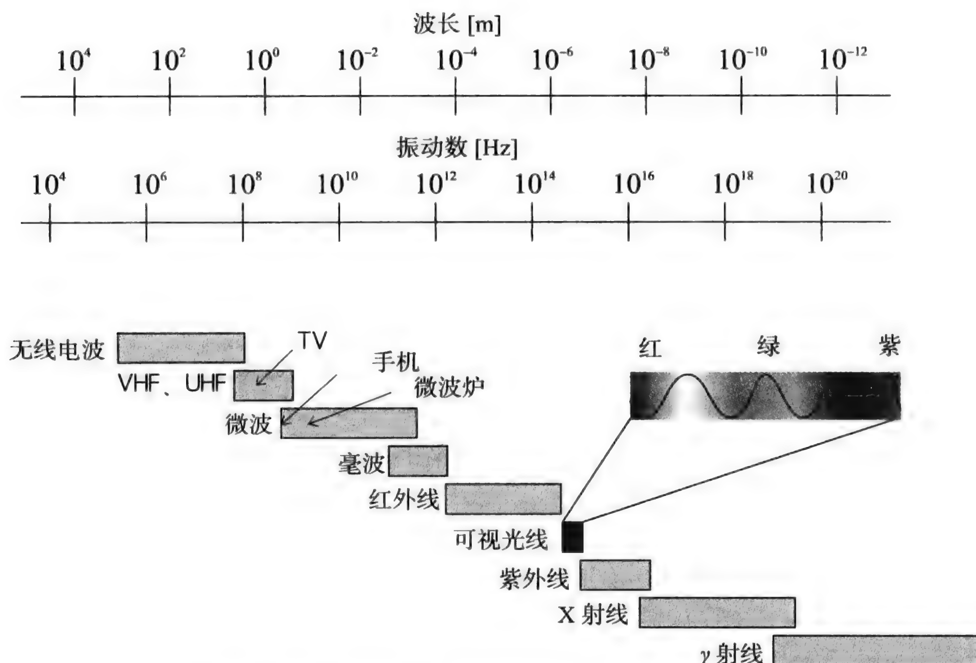
图6.7　赫兹实验（电力线不是正确的）

电磁波依据振动数的不同有很多名称。电磁波的振动数的一般叫法如图 6.8 所示。电磁波的振动数由源头的电荷振动数决定。比红外线的波长更长的电磁波是由电流产生的，而可视光和紫外线是由围着原子核振动的电子产生的。真空中电磁波的速度如下所述为 3.0×10^8m/s, 波长可以依照公式

$$c=f\lambda$$

c：光速 [m/s]
f：电磁波的振动数 [s^{-1}]
λ：电磁波的波长 [m]

进行计算。



不同叫法的电磁波没有严格的界限，这里只是大致的划分

图6.8 电磁波的波长、振动数和名称的关系

电磁波的速度和 1m 的定义

图 6.9 中因偶极子振动分离的地方，可以看到沿 z 轴方向的电场和磁场的变化。电磁波沿着 x 轴方向的电场和 y 轴方向的磁场都依照各自的正弦波前进。

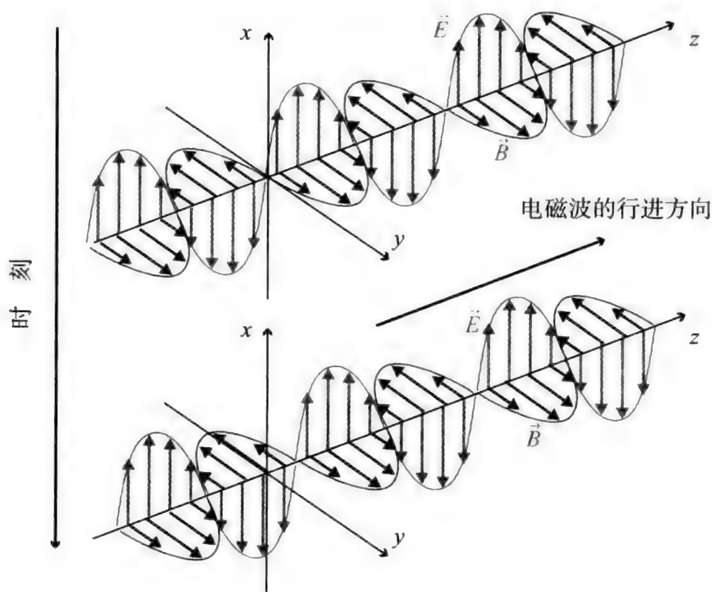


图6.9 用矢量表示的在z轴方向上搬运电磁波的电场和磁场的形态依据时间的推进，沿z轴移动，整体搭配不发生变化

波的推进速度可以由麦克斯韦公式导出，媒介的电容率 e 和导磁率 μ 用

$$v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

表示。

此时，关于光的本质还存在疑问，关于其速度的测量是最高端的物理学研究课题。到底怎样测量光速呢，其中的一个实验方法如图 6.10 所示。这是斐索开发的研究方法，由光源、透镜、反射镜高速回转的齿轮构造而成。从光源发射出的光通过透镜变成波束，最后到达反射镜后的观测人员处。

接下来让齿轮高速回转。于是，通过齿轮空隙的光，通过镜面的反射返回时齿轮会转动，就不能通过其中的空隙。观测的光最暗的时候，光在距离 l 间往返的时间可以通过

$$\Delta t = \frac{1}{2Gr}$$

G：齿轮数

r：回转数［s^{-1}］

来计算。

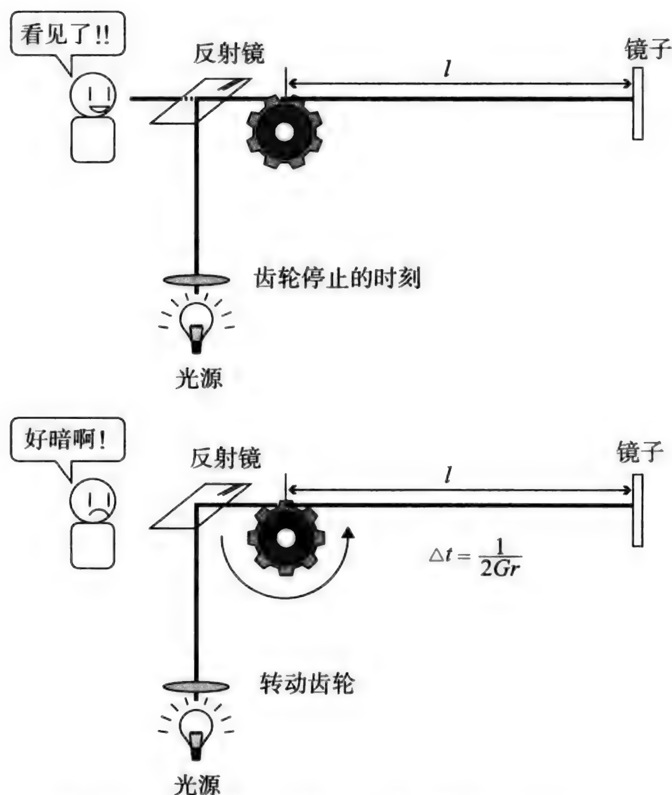


图6.10　光速计测方法的一例（斐索的研究方法）

再用 Δt 除以 $2l$，就可以得到光速。

通过很多严谨的实验，可以得知当时的光速为 3.0×10^8m/s。这一结果与麦克斯韦方程测算的电磁波速度结果一致。所以就可以证明光的正体实际上是短波电磁波的一种。

媒介真空时，这里的速度用“真空的光速”常数 c 来表示。ε_0，μ_0 是真空的常数，不随时代的变化而变化，我们相信这是宇宙不变的。计算后的数值为 299792458m/s。

光速的测算在光正体得到认证后不断进步。它的精度在进入 20 世纪 80 年代后已经超过了 10 位数，其测算在 1983 年告终。究其原因，1m 的定义为

> 1m 的定义：
>
> 电磁波在真空中以 1/299792458 s 的速度前进的长度定义为 1m。

“光速测算”也就失去了意义不能进行下去了。之所以采用光速 1m 的定义，是因为真空的性质是恒定不变的，并且如果条件都具备不论何时，不论谁都可以对其进行再现并对长度进行合适的定义。“因为米是最优先的单位，为了对米进行定义‘秒’就变得很必要了，这是为什么呢。”现在还没有找到更合适的方法。可能，以后也不会有改变吧。另一方面，“1s“的定义是激光的使用取得了很大的进展，精度达到 18 位的原子表很快就会问世了。也就是说从宇宙到现在的时间测算精度可以追溯到 1s 以内。



发电机和电动机原理

图 6.11 是发电机原理的简图。发电机由磁场中放置的线圈和取出电流的汇电环构成。当线圈与某种动力相接，线圈就会转动。现在，如图线圈从（1）向（2）的状态改变，穿过线圈的磁通量随着转数而减少。依据法拉第的电磁感应定律会产生电动势，其方向与磁通量减少的方向相反，为箭头所标示的方向。也就是说，运动能会转换成电能。如果将电路闭合就不会流入感应电流，与此同时，转动时就不会产生（摩擦损失以外的）阻力。日常生活中你是否感受车灯开着的时候自行车的踏板感觉会比平时重呢？这是个很好的例证，说明能量其实没有白费，在我们的生活中也可以感受到。

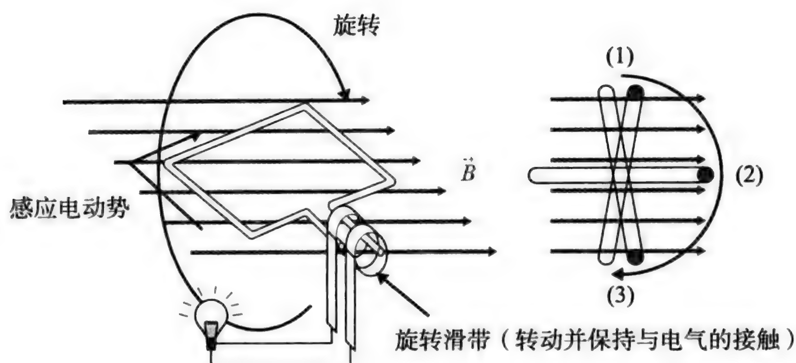


图6.11　发电机原理

现在再考虑下线圈水平从（2）变到到（3）的状态下的运转情况。这种情况下，磁通的增加会导致感应电压向相反方向发生改变。这里展示的发电机是随着电流转动方向相反的“交流发电机“。要考虑汇电环的形状通常以相同方向取出电流的直流发电机相同的形制来制作，交流的情况下，变压器（使用相同电磁感应原理的变压器）可以很容易地改变电压。因此，现在的商用电源和家用电都使用的大多是交流电。

现在相反地，给静止的线圈通入电流。于是线圈会受到磁场来的力，其方向是围绕轴转动的方向。确认图 6.11 中（2）的状态，也就是说由与电动机完全一样的装置构成，两者是方向相反的能量变化器。这么实用的性质实际上是偶然被发现的。据说，1873 年召开的某博览会上有一台发电机要展出，而发电机却连错了电源，但奇怪的是发电机却运转了，此时人们才首次发现了发电机可以变成电动机。最近很流行的混合机动车加速时使用的是电动机，减速时不使用刹车依靠轮胎的旋转可以发电。轮胎转动发的电又回到电池，这样可以节约能源。当然，这种车用的不是专用的发电机，而是将加速用的电动机当做发电机使用。

IH电热器和电磁学

现在，一种叫做IH加热器的烹调用具被广泛使用（图6.12）。它的外观并不怎么特别，但将锅放在平的玻璃板上就可以简单地进行加热，很不可思议吧。IH就是induction heating一词的首字母，翻译过来就是“感应加热”，装入加热器中的线圈的磁场引起的电磁感应现象使锅变热，这是针对初学者进行的说明。但是，你们已经学习了真正的电磁学，现在就使用电磁学的原理对IH加热器构造进行更细致的解释说明吧（图6.13）！

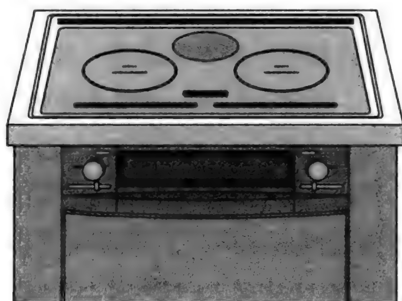


图6.12 IH烹调加热器例图

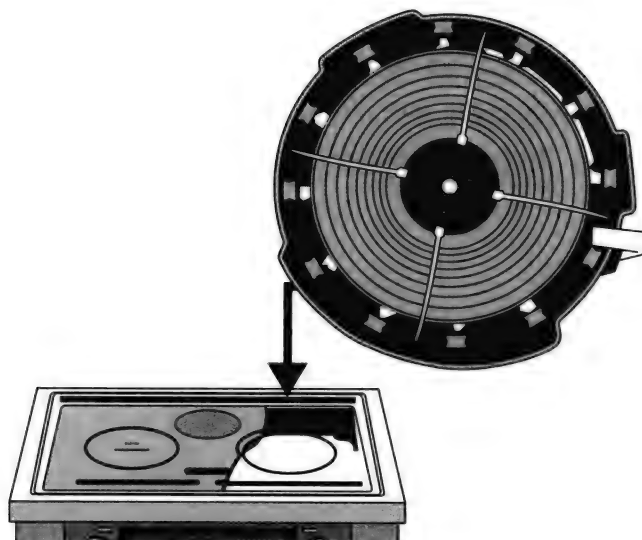


图6.13 IH加热器的玻璃表层下面装有线圈

在 IH 加热器的玻璃下面，如图 6.13 所示装有线圈。因为玻璃的比透磁率基本上为 1，基本上等同于磁场。现在，可以从电磁学的角度来考虑磁场中放置的金属（锅底）。

一根导线构成的磁场是由导线环绕而成的，在线圈的周围如图 6.14 所示会产生磁场。此时产生的磁通以锅底为中心呈放射状贯通。所以典型的制锅使用材料为铁。磁场的强度 $\vec{H}$ 由线圈的流动电流决定，铁有很高的比透磁率 μ_r，所以贯通铁的磁通量为 $\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}$，是真空或者玻璃的上千倍。

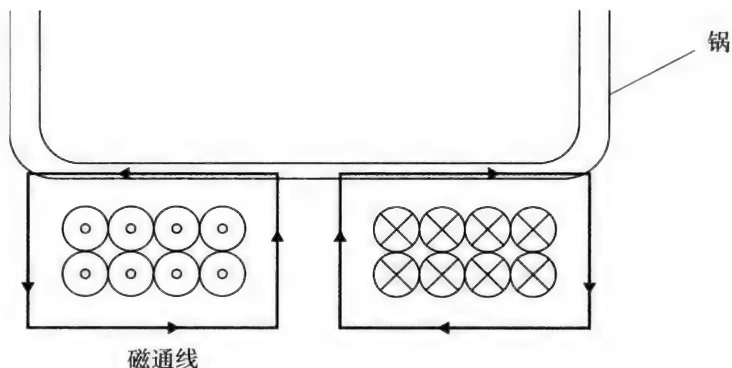


图6.14　IH加热器产生的磁通线和锅底的关系

流动于线圈中的电流，是以数十千赫兹周波数变化的交流电。这是重点所在。也就是说，贯通锅底的磁通也会发生时间变化，依据法拉第的电磁感应定律 $\mathrm{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ 产生电场。所产生的电场怎样分布呢？依据用微分表示的法拉第电磁感应定律，磁通密度不变大小发生改变的时候，我们可以得知围绕磁通线产生了旋涡状的电场。叠加后相邻的旋涡就会被抵消，电场就会主要沿着锅的表层，一直至绕到锅底下（图 6.15）。

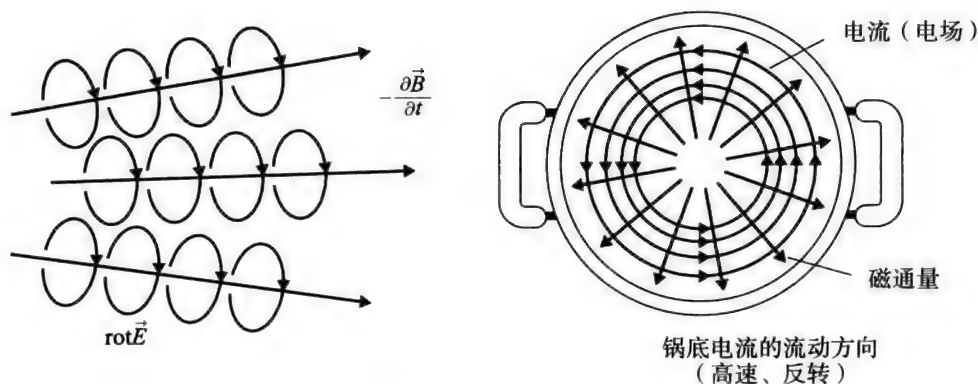


图6.15　与变化的磁通（浓色）纠缠在一起的电场（淡色）。合成的电力线围绕锅底。电流沿电场方向流动

最后，思考一下欧姆定律，$\vec{i}=\sigma\vec{E}$。导体中存在电场，有电流流动。锅底金属中的自由电子在电场中移动，金属原子会激烈碰撞，变成焦耳热量给锅加热（图 6.16）。单位体积的焦耳热量，一部分 L 立方体的焦耳热量变形为 P=IV，

$$\frac{P}{L^3}=\frac{I}{L^2}\times\frac{V}{L}=\vec{i}\cdot\vec{E}=\sigma\left|\vec{E}\right|^2$$

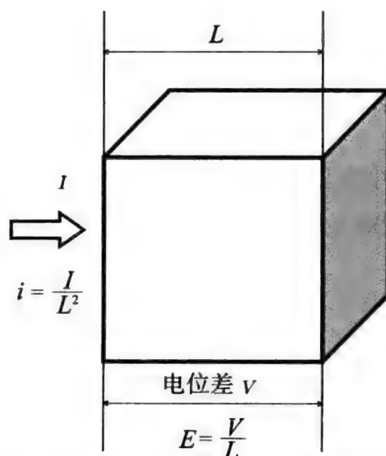


图6.16　均一电流立方体的单位体积发热的概算

如前所示，IH 烹饪用具发热装置与很多电磁学原理有关。在理解 IH 加热器的原理基础上，就能很容易地解开下面的疑问。

问：为什么 IH 加热器对于专用烹调用具是必要的？

答：为了产生效率高的电磁感应，线圈产生的磁场强度 $\vec{H}$ 会产生大量的磁通密度 $\vec{B}$，比透磁率 μ_r 最高的材料是最好的。所以，强磁铁性的铁是最好的，即使是相同的金属材料铜和铝的比透磁率都在 1.0 左右，此类金属感应电场发生的效率明显偏低。即使如此，最近对线圈的构造和电流的周波数进行了改造，铝锅中也开发应用了 IH 加热器。虽然玻璃和陶瓷的比透磁率都为 1，因为不能导入感应电流，在理论上不能加热。

问：为什么说 IH 加热器与燃气相比更加节约能源？

答：IH 加热器的热源是因电磁感应产生的电流。也就是说，锅底以外的部分不产生热量。依照能量守恒定律，可以说感应线圈的耗电使感应线圈的电阻区别开来全部用于对锅底的加热，因此没有浪费能量。与此相对，燃气炉还需要对周围的空气和炉口进行加热，这样就造成了能量的浪费。

问：IH 加热器是否便于使用？

答：前面已经进行说明了，除了锅的材料以外，IH 加热器不接近线圈不会产生效果，这可以说是 IH 加热器的缺点。原因在于，不在锅底的强磁场中不能产生感应电流，磁场的强度与离开线圈的距离成反比。炒勺那种锅底为圆形，中央凹陷的烹调用具的加热效率很低。这样，如果能熟练地使用 IH 加热器，就能安全地购买使用这种专用的锅。在烹调过程中不能移动锅体，还要注意不能颠勺和使锅倾斜，因为根据原理锅以外的不能加热，所以这不适用于烘烤。市场上出售的 IH 线圈是一般仅限使用于烤鱼用的电加热器。

专题 麦克斯韦方程式和超材料

《哈利·波特》和《多啦 A 梦》、有点儿狂热的科幻小说《攻壳机动队》，它们的共同点是什么呢？是一穿上就变成透明人的"透明斗篷"和"光学迷彩"。所谓的"透明人"是没有科学根据的。让我们来认真研究一下"光学迷彩"。

对于光或者电磁波来说，所谓的物质定义为"与真空电容率和磁导率不同的东西"。然而，所有物质都与真空的电容率和磁导率不同。"可以看见东西"这又是怎么一回事儿呢？这是因为，太阳是发光的物体，光线在空气中向四面八方反射，可以传达"那里有物体"的信息※。那么，若将光完全吸收呢？如果这样的话，因为不发光所有的黑色物体就会暴露了。还有最近很流行的"隐形战斗机"，利用的是电波的周波数，我们生活的世界从雷达周波数来看是"漆黑"的，如果不反射电波一片漆黑下不能分清周围的事物（图 6.17）。

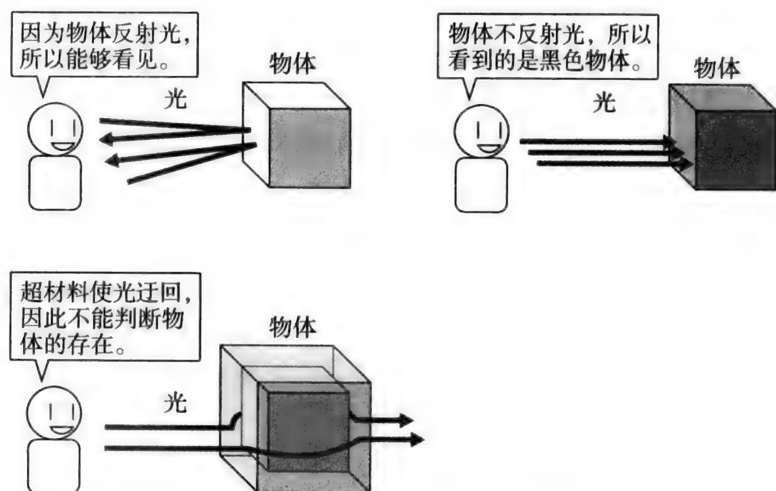


图 6.17 看不见的物体的结构图

※ ε，μ 和周围物体一致时物体变为"透明"。蜜豆是寒冬里食用的佳品。

那么，要在太阳下隐身要怎么办呢？穿上可使光沿表面弯曲的斗篷就可以了。光沿着斗篷弯曲，撞到物体上会再弹回来，这过程中大家不会注意到你的存在。这样的魔法可以实现吗？实际上，近十年“超材料”的研究取得了很大进展，如果使用超材料隐身在理论上是可能实现的。

如图 6.18 所示的超材料是用光的波长相对短的材料构造复杂的物质。这一构造需要经过缜密的人工计算才能实现。而超材料的理论基础就是我们所学的 150 年前发现的麦克斯韦方程式。

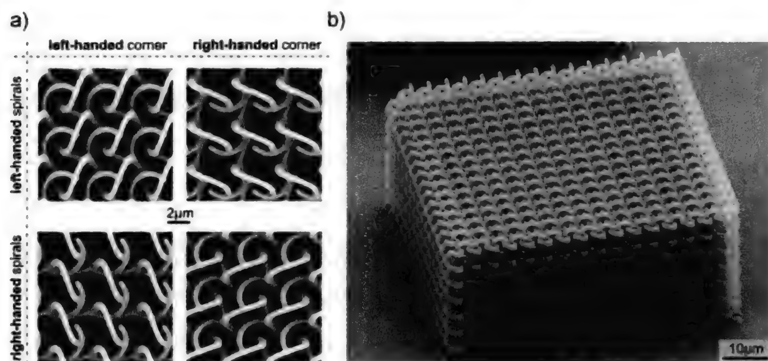


图 6.18 最近发明的超材料案例

(M. Thiel et al.,"Three-Dimensional Bi-Chiral Photonic Crystals,"Adv. Mater. 21 4680(2009).

物质的细微构造如果小于波长，对于电磁波来说，就等同于电容率和磁导率一定的物质。另外，人们还发现了相当于“负电容率”“负磁导率”的某种构造。想一下电磁波的速度公式，真空中为$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$，物质中为$v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$（$\varepsilon$，$\mu$ 为物质的电容率和磁导率）。解释为金属等能导电的物质 ε 值为负，平方根为负光不能在其中传播。那么，ε 和 μ 值都为负时会变成什么样呢？因为负负为正，在理论上说可以搬运光线。但是搬运的原理却与我们的常识正好相反。具体来说，光在折射率不同的界面发生折射，超材料的入射光在与常识相逆的方向折射（图 6.19）。

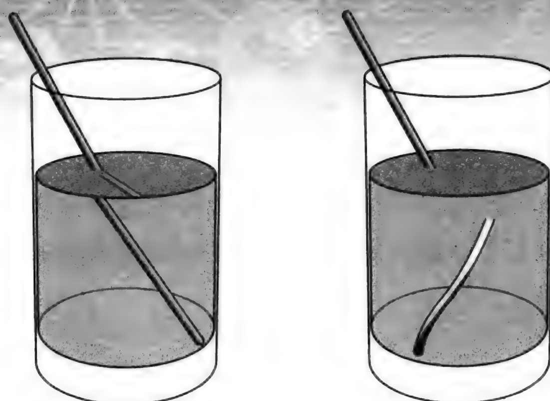


图 6.19　如果有液体的超材料光的折射图

G. Dolling et al., Opt. Express14(2006)1842.

如果能很好地使用这一性质，理论上就可以制造出可以沿着光线表面发散的膜。这方面研究最发达的是美国，国防部很关注超材料的军事价值，花巨资支持大学进行研究。光和微波都是同样的电磁波，微波的波长长于 10m，超材料的构造如使用 mm 为单位技术门槛相对较低。2006 年，美国杜克大学的研究组首次提出了在微波领域试做“透明斗篷”的课题。

作为计算机技术的基础的半导体和晶体管，如果没有 20 世纪发现的“量子力学”的知识是不可能实现的。但是，超材料的理论，不需要麦克斯韦方程式以外的任何东西就可以理解。也就是说，21 世纪登场的魔法技术萌芽，是以早在 150 年前完成的理论为基础的。或许，哈利 · 波特也是使用了超材料才得以隐身的。

宇宙开发遇到的最大瓶颈来自发射火箭的成本。

可是，如果有了超强驾驶员，只要“嗖”地一下就能接近宇宙呢！

超强驾驶员？

简单说就是，利用钢轨枪给货物加速并将其轰击进入宇宙的装置！









我想一直追随你!

嗯

——在不久的将来

从这里发射出去的物质被用来开发火星，

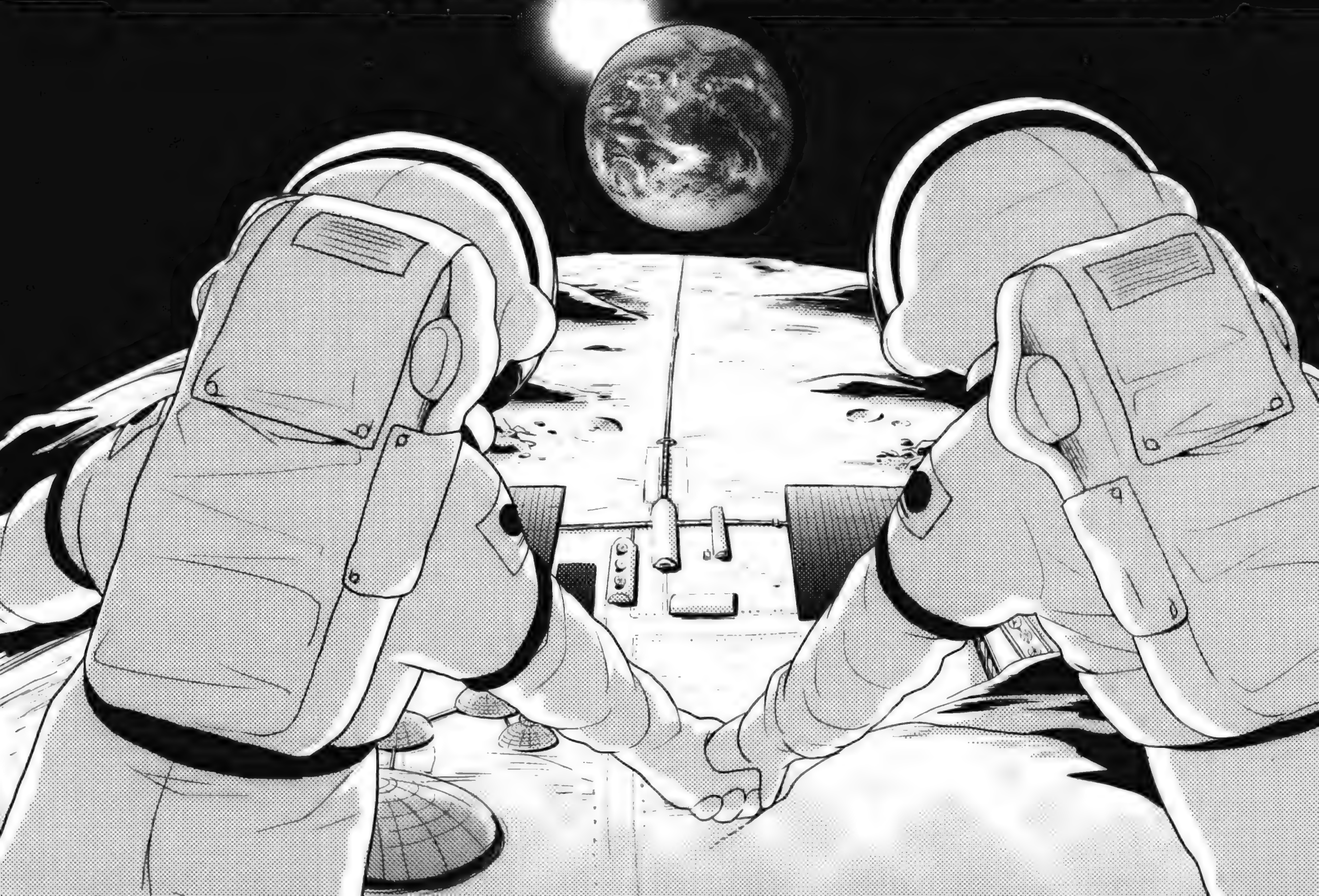
然后是木星。

多亏有你。

嗯……
虽然还只实现了 1%。

从钢轨枪开始……

梦想很快就能实现。



APPENDIX

附　录

矢量和标量



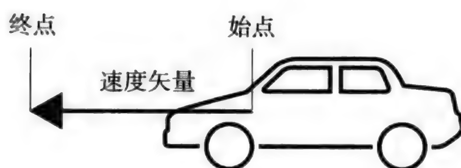


什么是矢量

物理学涉及的对象有“长度”、“重量”“可以测量的量”等。这些统称为“物理量”。很遗憾，“有趣”“漂亮”不能成为物理量。物理量还可以分为“矢量”和“标量”。

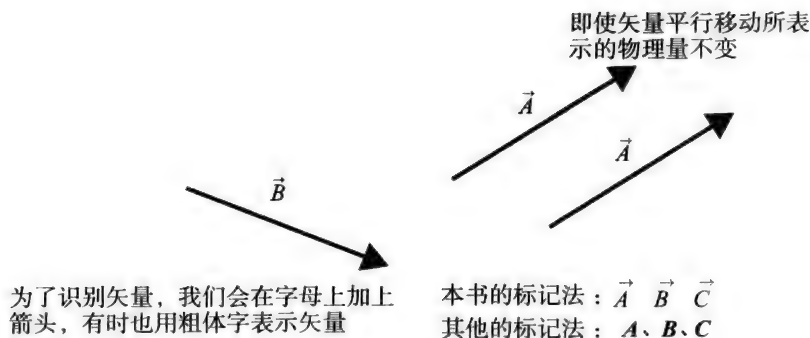
所谓标量，指的是用大小就可以表示的物理量。比如，物理学最基本的3个量“长度”“质量”“时间”就都是标量。那么矢量是什么呢？就是“有大小和方向的物理量”。具体的举例来说，你站在有风吹过的高尔夫球场开球区。为了解读风，你可以将草坪上的草拔掉随意放置。你为了打球不仅要知道风的强度，还必须清楚地知道风从什么方向吹来的。像这样，仅大小不能表示的量叫做矢量。

电磁学涉及的物理量中矢量很多。所以说要理解电磁学必须要理解矢量。这里所说的“理解”不是要记住公式，而是要在脑中形成矢量的印象。但是，电磁学所涉及的物理量都是肉眼看不见的，所以很难想象。作为练习，先看一下肉眼看得见的矢量。将物体移动方向考虑进来的速度称为“速度矢量”。矢量的直观表示如附图1箭头所示。这里规定了箭头方向表示移动方向，箭头的长度表示移动速度。大小的基准可以自由决定，重要的是“箭头的大小和移动速度成比例”。矢量由箭头的根部向箭头所指方向移动，这里将箭头的根部叫做“起点”，前端叫做“终点”。



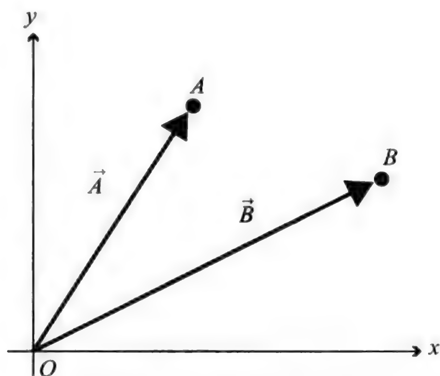
附图1　速度矢量

为了识别矢量在记号上标有箭头，写作“矢量$\vec{A}$”。矢量表示的信息包括“方向”和“大小”，但必须强调的是从哪开始不对矢量产生任何影响。也就是说，矢量才可以自由地平衡移动（附图2）。



附图2 矢量的标记法

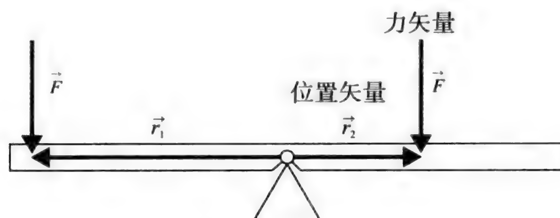
空间中的点的位置也用矢量表示。表示 *A* 点的矢量表示“从原点到 *A* 点的距离大小、从原点看 *A* 点的方向”。这叫做“位置矢量”。如果直接表示的话如附图 3 所示就是从原点指向 *A* 点的箭头。当然，位置矢量也和其他矢量一样，平行移动不改变其性质（附图 3）。



附图3 “位置矢量”的概念

这里学过高中物理的人会或许觉得不可思议。会质疑“推动物体的时候，推动部位不同矢量的出发点不是不一样吗？”请回想一下，其实高中物理是从忽视物体大小的角度出发的。也就是说，是推动积木还是牵积木都是很方便的，将物体看成近似一个点，无论在什么地方加力，力矢量相同的话产生的结果就是一样的。那么，什么时候力点才显得重要呢？同“杠杆原理”中对有重量的某物体运动的论述。此时定义表示“按压地点”的位置矢量。

另外，施加给物体的作用有“位置矢量”和“力矢量”的“外积”（后面会详细说明）叫做“转矩”的物理量。能够对相同作用力的情况下结果不同进行说明，同时“力”矢量平行移动本质不变也符合这一原理（附图 4）。



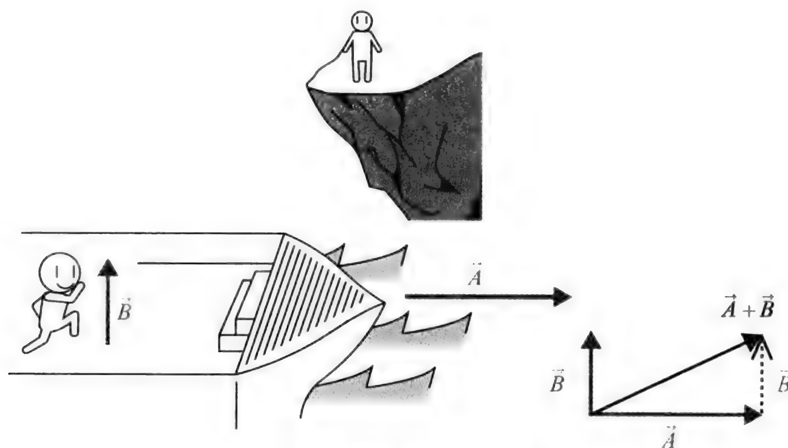
左转转矩 $\vec{r_1}\times\vec{F}$

右转转矩 $\vec{r_2}\times\vec{F}$

因 $|\vec{r_1}\times\vec{F}|>|\vec{r_2}\times\vec{F}|$ 杠杆向左转

附图4　位置矢量和转矩

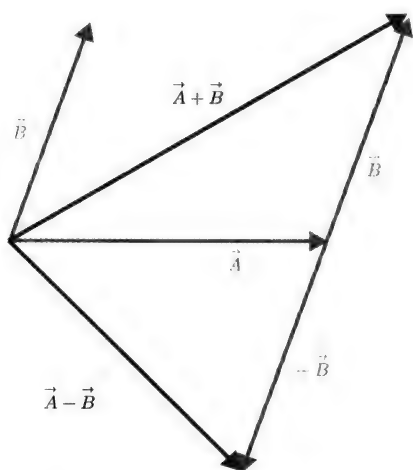
矢量和标量一样可以相加减。但是，不是单纯的加法、减法规则有些复杂。要将矢量 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 相加，如附图 5 所示，要将矢量 $\vec{A}$ 的终点和矢量 $\vec{B}$ 的起点相连接，相连接后的所得就是矢量 $\vec{A}$ 加上矢量 $\vec{B}$。



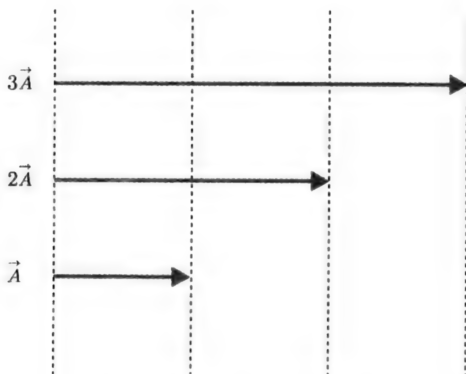
附图5　矢量的加法

思考这样的加法，和现实中的什么现象相对应呢？现在，用速度矢量 $\vec{A}$ 表示航行的船，有人按照速度矢量 $\vec{B}$ 跑动。从岸上看，可以认为这个人是按照矢量 $\vec{A}+\vec{B}$ 的速度移动的。这样，将矢量的加法定义为，在现实生活中将这两个矢量相加所引起的现象与箭头的操作一致。

减法可以从“负矢量的相加”的角度来思考。所谓的负矢量，就和咱们想象的一样，是与原矢量大小相同，方向相反的矢量写作 $-\vec{A}$。所以，$\vec{A}-\vec{B}$ 就如附图 6 所示一样进行计算。矢量的 2 倍、3 倍也可以想象了。与某矢量方向相同，大小为该矢量 2 倍的矢量写作 $2\vec{A}$、是该矢量 3 倍的矢量写作 $3\vec{A}$。因为 2 和 3 都是标量，所以这叫做“矢量的标量倍”（附图 7）。这样一来，就可以进行矢量的基本运算了。



附图6　矢量的加法和减法

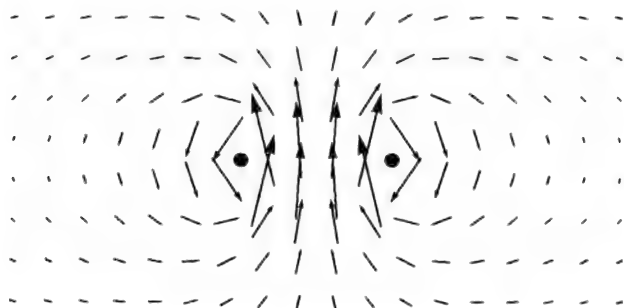


附图7　矢量的标量倍



“场”的思考方法

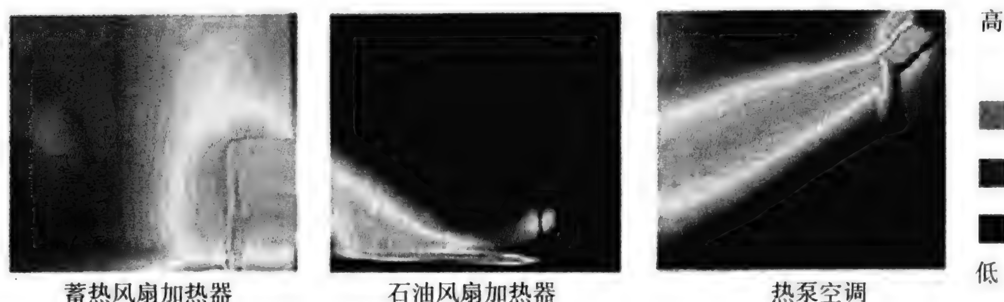
要理解电磁学还需要掌握的一个是“场”的思考方法，它并不复杂。如果能在脑中形成印象就很容易了。现在，你在高尔夫球场，球场的风速、风向都用某矢量表示。那么，如何测定 1 号洞处风的情况呢？每隔一段距离站一个人，在拔下草扔过去就可以。这样,就可以对每个点的空间(这里指的是高尔夫球场)矢量进行定义,这叫做“矢量场”(附图 8)。各点的物理量在多数的场合是看不见的，所以经常使用等间隔的矢量箭头来表示。磁场有使电流的周围产生漩涡转动的性质。那么，方向相反的电流一定程度上离开磁场后会怎样分布呢？可以使用数学等式来表示，在标上箭头就一目了然了。我们知道磁场在被电流所夹的空间里会变强。其实电场也好，磁场也好都是三维空间的矢量，想解释一下三维，但是纸是二维的所以这里很难表现。



附图8 平行配置的电流周围的矢量场

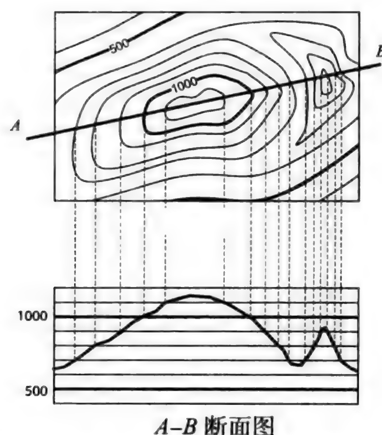
如果存在矢量场，标量场也同时存在。每个空间点都有一个标量可以定义为场。比如房间的温度。有暖气的房间热气向上运动天花板附近就会变暖，地面就会变凉。但是，要对暖气进行改造，地板也变暖可以很舒适地生活。这个房间的温度分布就是标量场的一种。关于标量场的表示方法，经常使用按照物理量（这里指温度）的大小着不同的颜色的方法表示。

听说过“温度记录法”吗？这是检测红外线的传感器和计算机设有的装置，从物体中发出，根据温度的不同检出红外线，并用不用的颜色区分表示的机械。房间温度的温度记录如附图 9 所示，根据暖气的表示方法就可以得知房间的温度场是什么样的。顺便提一下，笔者的父亲说这简直是冻冰“场”。（笑）



附图9　加热系统变化和相应的温度场

标量还有其他表示方法。代表的表示方法是“等高线”。想象一下地图的样子。此时，将不同地点的“海拔”进行标注就制造出了标量场（附图 10）。为了便于观察便于表示发明出了等高线。将标量（海拔）相同的点进行连接就可以。这样，将不同的海拔用很多条线来表示，就可以看出标量场的样子。等高线法也同样应用于电磁学。



附图10　用“等高线”表示的标量场（海拔）



矢量的绝对值和单位矢量

如果存在某矢量$\vec{A}$,该矢量的大小可以在矢量上加上绝对值,用$\left|\vec{A}\right|$来表示。当然,$\left|\vec{A}\right|$是标量。虽然物理量是矢量，但是当明显出现“沿着 x 轴的运动”这样其矢量方向不变的例子时，也可以把物理量当作标量。此时，可以对矢量的绝对值进行加减乘除或其他运算。

下面请考虑$\vec{A}$除以$\left|\vec{A}\right|$的情况。

$$\vec{e}_A = \frac{\vec{A}}{\left|\vec{A}\right|}$$

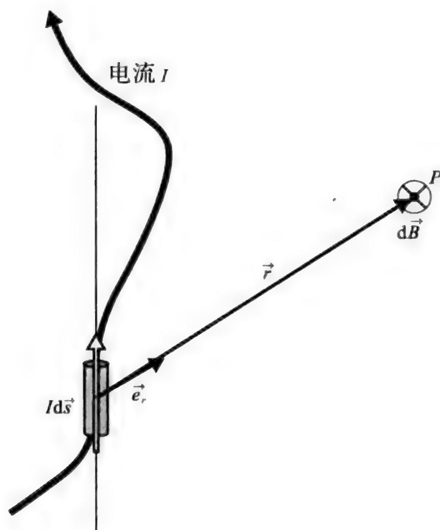
必有“朝着矢量$\vec{A}$的方向，大小为 1 的矢量”。我们称它为“$\vec{A}$方向的单位矢量$\vec{e}_A$”。$\vec{A}$与$\left|\vec{A}\right|$的量纲相同，因此单位矢量中没有量纲。单位矢量中仅含有矢量和“方向”的信息。而矢量的绝对值中不包括矢量和“方向”，它是与矢量具有对照意义的概念。

单位矢量这一概念在处理矢量的数学和物理学科中频繁登场。其中具有代表性的例子是下面要说明的“矢量的成分表示”，比如说表示电流片段在自己周围形成的电场的毕奥 - 萨伐尔定律：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}}{r^2} \times \vec{e}_r$$

$d\vec{B}$：　电流片段在 P 点产生的磁场［T］;
$Id\vec{s}$：　电流片段［A · m］;
r　：　电流片段与 P 点的距离［m］;
$\vec{e}_r$：　r 方向的单位矢量；
μ_0：　真空磁导率［H/m］。

其中就用到了位置矢量$\vec{r}$方向的单位矢量$\vec{e}_r$（附图 11）。



附图11 毕奥–萨伐尔定律的定义和单位矢量 $\vec{e}_r$ 的关系

这与不使用 $\vec{e}_r$，写做

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s}}{r^3} \times \vec{r}$$

的意义是完全相同的。所以也有教科书使用这个公式，但其中隐藏着“电流片段产生的磁场与 r 的逆自乘成比例”这一重要的意义。

附图 11 中，P 点上的⊗记号表示矢量 $d\vec{B}$ 从这一点直接穿过纸面，方向是从纸的正面到纸的反面。详细内容请参照第 5 章补充部分（第 163 页）。



笛卡儿坐标和矢量的成分表示

本书尽量避免使用公式的表现形式，虽然并无必要，但在真正的电磁学中，电场和磁场中矢量的正确计算却是十分有必要的。但用箭头表示矢量的方法其实不能得出正确的计算结果。这是我们应该怎么办？其实可以用成分来表示矢量，再转换为代数计算。

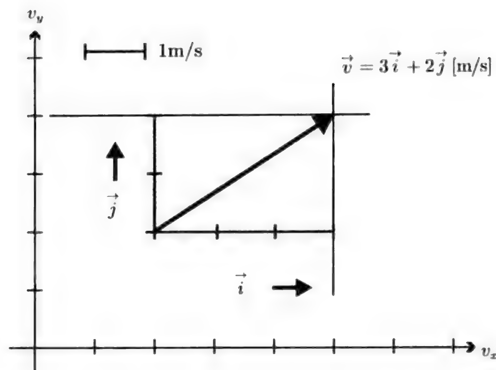
下面来说明一下方法。首先，画一个坐标，使 x 轴与 y 轴垂直。这是因发明者名字命名的“笛卡儿坐标”，是最基本的坐标系。除此之外，还有“极坐标”和“圆柱坐标”等，是根据我们考虑的问题的对称性进行区分的。这类的单位矢量的计算十分复杂，所以我们现在集中来看笛卡儿坐标。接下来，画出一个朝着坐标轴方向的单位矢量。二元坐标只有 x 和 y，因此可得 x 方向的大小为 1 的矢量 $\vec{i}$，y 方向的大小为 1 的矢量 $\vec{j}$。

如果在这里使用矢量和标量倍数的性质的话，任何矢量都可以表示 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$。如附图 12 所示，有一速度的矢量 $\vec{v}$。该速度可以表示为沿 x 轴的速度矢量 $\vec{v}_x$ 与沿 y 轴的速度矢量 v_y 的和。$\vec{v}_x$ 又可以表示为“$|\vec{v}_x|$这一标量和单位矢量 $\vec{i}$ 的积”。现在假设 x 方向的速度为 3m/s，y 方向的速度为 2m/s，速度矢量 $\vec{v}$ 等于 $\vec{i}$ 的 3m/s 倍加上 $\vec{j}$ 的 2m/s 倍，用公式表示为

$$\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}\ [\text{m/s}]$$

像这样，二元平面中的任何矢量都可以用含有 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$ 的单位矢量和标量的组合来表示。用 $\vec{i}$ 的 a 倍和 $\vec{j}$ 的 b 倍的组合来表示矢量：

$$\vec{A} = a\vec{i} + b\vec{j}$$



附图12 任意矢量均用单位矢量表示

一般可以省略矢量记号，只用大小来表示，写作 $\vec{A}=(a,b)$ 或者$\vec{A}=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$，这就是“矢量的成分表示”。为了更简单易懂，我们使用了二元平面进行说明，但其实立体面中也可以使用 z 轴方向的单位矢量 $\vec{k}$，

$$\vec{A}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k} \quad \text{成分表示：} \quad \vec{A}=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

用成分来表示矢量，矢量间的计算都可以转换为成分的代数计算。比如，$\vec{A}=(1,2)$，$\vec{B}=(3,4)$，请计算 $\vec{C}=2\vec{A}+3\vec{B}$。首先将其用成分来表示。

$$2\vec{A}+3\vec{B}=2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

矢量的标量倍只需将括号外的数值与括号中的相乘即可。

$$2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

矢量和矢量的加法也就是成分间的加法。

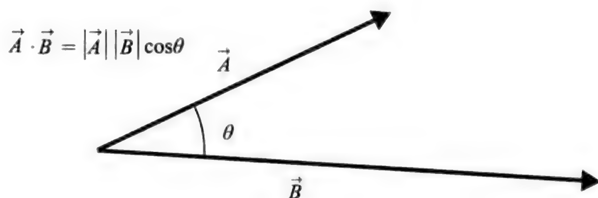
$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+9 \\ 4+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 16 \end{pmatrix}$$

这样就可以把矢量的计算转化为没有箭头的数值计算了。

矢量的积

矢量之间也有乘法吗？答案当然是肯定的。并且矢量间的积有内积和外积两种。虽然内积和外积都有数学上的规则，但其实它们和物理学也有很密切的关系。

首先来看内积（附图 13）。如果用数学上的定义来表示内积，就是“矢量 $\vec{A}$ 和矢量 $\vec{B}$ 的内积是指，$\vec{A}$ 的值与 $\vec{B}$ 的值乘以 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 的夹角 θ 的余弦值，即



附图13　矢量的内积

$$C = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cos\theta$$

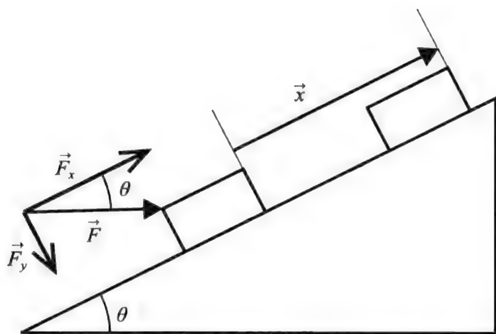
公式中 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 的内积是

$$C = \vec{A}\cdot\vec{B}$$

由于内积的答案是标量，所以也叫“数量积”，又因为用“点”记号表示，也可以叫做“点积”。

那么内积是在什么情况下使用的呢？请看一个简单易懂的例子，“力学的功”。功是指“用力使物体沿力的方向移动”，施加力 F 并使力只沿 x 方向移动，可以得到 $W = F_x$。但世界上的运动不会只沿着施力方向进行。如附图 14 所示，向放置在斜面上的木块施加水平方向的力。在这种情况下，木块沿着斜面向上运动。这时的功应该如何分析呢？力是一个矢量，因此也可以表示为两个矢量的和，即 $\vec{F}$ 沿斜面的成分 $\vec{F_x}$ 和垂直于斜面的成分 $\vec{F_y}$ 的和。$\vec{F_x}$ 是木块的移动方向，所以由功的定义可得 $W = F_x x$。那么 $\vec{F_y}$ 呢？因为木块在 $\vec{F_y}$ 的方向上连 1mm 都没有移动，所以这个力没有做功。现在就可以分析出 $\vec{F}$ 和 $\vec{F_x}$ 的关系了。$\vec{F}$ 是水平的，$\vec{F_y}$ 沿斜面方向，

$$F_x = F\cos\theta$$



附图14　推动积木沿斜坡运动

因此，

$$W = F_x x = F\,x\cos\theta$$

也就是说，在力的方向和运动方向不一致时，用

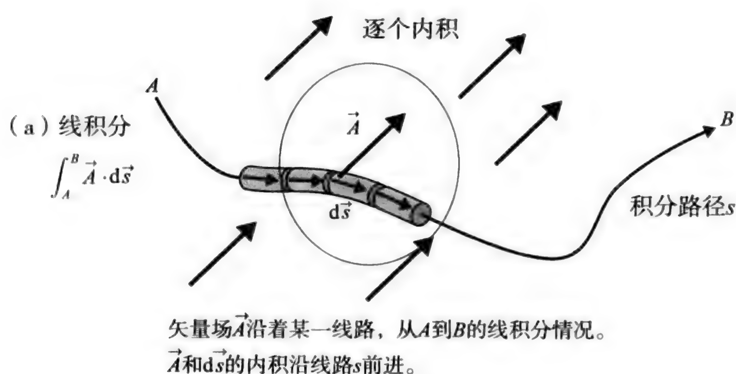
$$W = \vec{F}\cdot\vec{x}$$

来计算内积的话，就可以计算出力所做的功。也就是说通过能量保存原则，在没有摩擦的情况下，无论从哪个方向施力，木块从斜坡底部到顶部的所做的功 W 的大小是一定的。

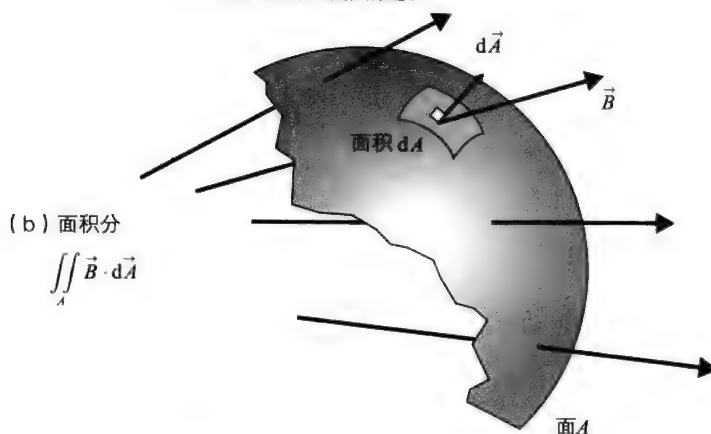
由内积的定义可得，内积的大小不仅仅是两个矢量的大小，会随着矢量夹角的变化而变化。相互垂直的两个矢量的内积为 0。可以用力学上功的例子来对此进行说明。

$$\vec{F_y} \cdot \vec{x} = 0$$

也就是说，如果不朝着施力方向运动，这里力就不会做功。在电磁学中，沿着某一线路的“线积分”[附图 15（a）]中，矢量场和细小的线要素矢量 $\mathrm{d}\vec{s}$ 的内积是沿着某个面的“面积分”[附图 15（b）]中的矢量场与细小面积分 $\mathrm{d}\vec{s}$ 的 $\mathrm{d}\vec{A}$ 的内积。



矢量场$\vec{A}$沿着某一线路，从A到B的线积分情况。
$\vec{A}$和$\mathrm{d}\vec{s}$的内积沿线路s前进。



矢量场$\vec{B}$在面A上的面积分情况。分割面A得到$\mathrm{d}\vec{A}$，取得与$\vec{B}$的内积后求和

附图15　线积分和面积分

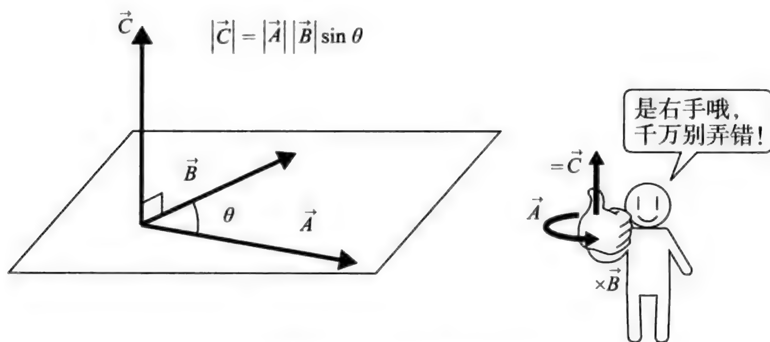
用笛卡儿坐标的成分表示计算内积时，要遵循以下规则。

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=\begin{pmatrix}A_x\\A_y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}B_x\\B_y\end{pmatrix}=A_xB_x+A_yB_y$$

外积其实更为复杂。$\vec{A}$和$\vec{B}$的外积是一个矢量。“矢量$\vec{A}$和矢量$\vec{B}$的外积是矢量$\vec{C}$。$\vec{C}$的值为$\vec{A}$的值与$\vec{B}$的值乘以$\vec{A}$和$\vec{B}$的夹角θ的正弦值，即

$$\left|\vec{C}\right|=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta$$

$\vec{C}$的方向为含有矢量$\vec{A}$和$\vec{B}$的面中的法线，为由$\vec{A}$到$\vec{B}$的右螺旋方向。”



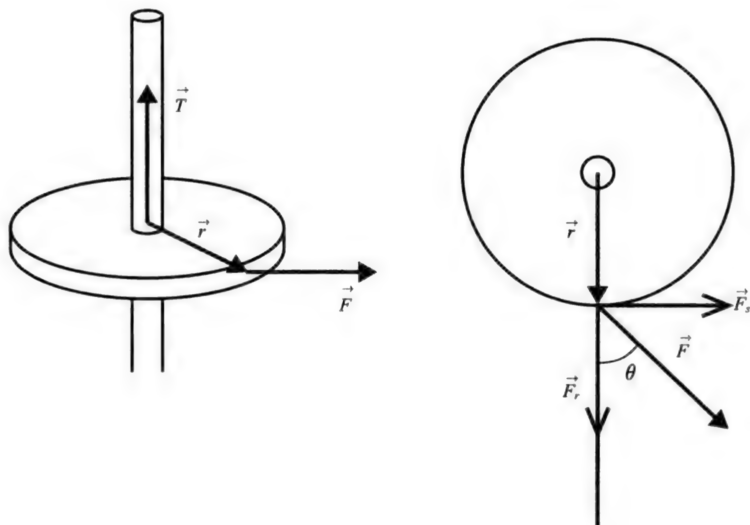
附图16　矢量的“外积”

外积的结果是$\vec{A}$和$\vec{B}$的垂直方向，所以二元空间中没有外积。“右螺旋方向”是指附图 16 所示，用右手沿着矢量$\vec{A}$到矢量$\vec{B}$的方向握住后，大拇指所指的方向。外积公式为

$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$$

由于得出的答案是矢量,所以外积又叫“矢量积”。用“十字”记号表示,也叫“叉积”。

那么外积是在什么情况下使用的呢？举一个力学领域的简单例子——转矩（附图17）。转矩是使某个轴旋转的强度。在汽车性能中也有“最大转矩”这一说法。这个值越大，轮胎的旋转力也就越强，也就可以装在更重的物品，即使是很陡的坡也能上，四轮驱动车和卡车的转矩是比马力更重要的性能。我们在最初简单阐述的“杠杆原理”也可以使用转矩进行说明。



附图17　外积和转矩

要使某个轴旋转时，在轴上放置一个圆盘，旋转圆盘的外圈，很小的力量就可以产出很大的转矩。这就是“杠杆原理”。所以转矩就是“力与力臂的乘积”。一般来说，想要旋转轴时，应沿着圆盘的切线方向施力，我们都知道这个方式是最有效的。但是也存在不同的情况。在这种情况下，力的矢量可以表示为圆盘切线方向的矢量 $\vec{F_s}$ 与半径方向的矢量 $\vec{F_r}$ 的和　那么，为轴的旋转做贡献的只有 $\vec{F_s}$，$\vec{F_r}$ 只是单纯的拉动着轴。因此，转矩的大小为 T　rF_s。以旋转轴为原点的着力点的位置矢量用 $\vec{r}$ 来表示，$\vec{F}$ 和 $\vec{r}$ 的夹角为 θ，那么它们之间的关系是

$$F_s=F\sin\theta$$

所以，

$$T = rF_s = rF\sin\theta$$

也就是说在力的方向与旋转方向不一致的情况下，如果计算外积，就可以得到使轴旋转的转矩的大小。此时我们约定转矩是“拥有轴的方向的矢量 $\vec{T}$”。如果约定矢量的方向是与旋转方向相对的右螺旋方向，那么由外积的定义计算

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$$

就可以求出使轴旋转的力的转矩。

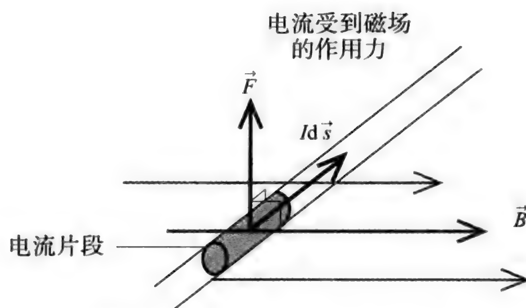
目前我们所说的前提是力的矢量在圆盘和同一平面内，但也可以考虑向斜上方拉圆盘的力 $\vec{F}$ 的情况。使用外积计算转矩，转矩是与轴方向相反的矢量。也就是说力 $\vec{F}$ 不仅是使轴旋转的转矩，还是“改变轴的方向的转矩”。

与内积相反，在两个矢量垂直的情况下外积最大。如果通过力与转矩的关系来考虑的话，如果想要使轴转的最快，就应该在圆盘的切线方向（θ =90°）施力，如果 θ =0°，力只会拉动轴且完全没有使它旋转的作用。

外积运用在电磁学法则中可以计算电流从磁场中受到的力。“磁场矢量”为 $\vec{B}$,“电流矢量（电流片段）” $I\mathrm{d}\vec{s}$ 从磁场中受到的力是

$$\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s} \times \vec{B}$$

也可以表示为电流和磁场的外积。如附图 18 所示。你们没有想过“磁场是电流受力方向的矢量”吗？我们只能认为因为磁力与库仑力不同，它是由电流这个有方向的矢量产生的力。电流受到的力一定向着与电流垂直的方向，所以磁力用外积进行定义也是合乎道理的。



附图18　电流、磁场、磁力的关系

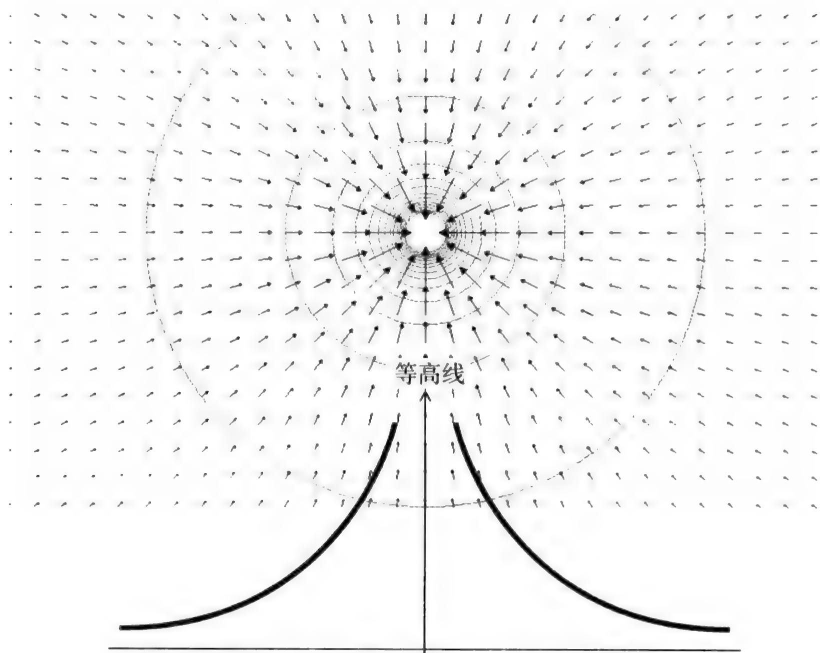
用笛卡儿坐标的成分标示来计算外积时，遵循以下原则：

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_yB_z - A_zB_y \\ A_zB_x - A_xB_z \\ A_xB_y - A_yB_x \end{pmatrix}$$

称作标量场斜度的向量场

举个简单的例子来思考一下表示海拔的标量场。地方不同，海拔也不同，所以球体才会滚动。也就是说，每个海拔不同的地方表示不同的坡度。将它考虑为向量，标量的“斜度”也叫做“倾斜度”。实际上，叫做标量场斜度的向量，根据场所的不同存在标量的变化率，箭头表示标量增加的方向，也就是将其定义为坡的上方向。重要的是，事实上用可微函数表示的标量场一定存在斜度，某一点的斜率只有一个。将小球静止在某处，与其自然滚动方向相反的位置是斜率。应该不会发生每次球的滚动方向都不一样的情况。

斜率矢量的大小等于该点的向量场的变化率，也就是微分。拿小球来说，其滚动的力量就是变化率。例如，像富士山这样坡度慢慢变陡的山，山的海拔是标量，用等高线来表示如附图 19 所示。斜率的矢量场如箭头所示。等高线和斜率矢量必然是垂直的。虽然在大学课程中使用公式来证明，但只要画出图就一目了然了。



附图19　富士山的等高线和它的“斜度”向量场

为了更加简单易懂，下面举一个二元标量场的例子，我们可以在脑中想象“三元标量场的斜率矢量场”。比如说，你是一只蜜蜂，为了寻找蜜而来回飞舞。这时，你感受到了油菜花的香味。为了寻找花田，你在周围飞来飞去，肯定会朝着香味最盛的地方前进。这就是“香味分子的浓度场”这一标量场的斜率矢量方向。

用公式表示它们的关系，当矢量场 $\vec{A}$ 为某个标量场 F 的斜率时，可以写作

$$\vec{A} = \mathrm{grad}\ F$$

grad 读作“gradient”。如果想通过代数计算得到 grad F 这一矢量场，可以用三元空间的所有点

$$(\mathrm{grad}\ F)_x = \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (\mathrm{grad}\ F)_y = \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (\mathrm{grad}\ F)_z = \frac{\partial F}{\partial x}$$

来进行计算。记号 ∂ 为“偏微分记号”，当 F 是（x，y，z）的函数时，$\frac{\partial F}{\partial x}$ 表示“求 F 转向与 x 轴平行方向时的变化率 $\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x}$”（参照 p87）。为了知道某点在斜面上的倾斜度，将“向 x 轴方向倾斜”和“向 y 轴方向倾斜”的矢量相加，就可以知道坡度的倾斜方向和倾斜程度。

在电磁学上，“电位” V 这一标量场与不随时间变化的“静电场” $\vec{E}$ 这一矢量场之间的关系是

$$\vec{E} = -\ \mathrm{grad}\ V$$

表示“电场矢量朝着电位低的方向，电场大小等于电位的变化率”。

参考文献

●面向大学生的教科书、参考书（从上到下越来越准）

1）遠藤雅守・櫛田淳子・北林照幸・藤城武彦 著『高校と大学をつなぐ穴埋め式電磁気学』講談社（2011）

2）R. A. Serway 著、松村博之 訳『科学者と技術者のための物理学 III 電磁気学』学術図書出版社（1995）

3）橋本正弘 著 『絵でわかる電磁気学』オーム社（1993）

4）前野昌弘 著 『よくわかる電磁気学』東京図書（2010）

5）後藤尚久 著 『なっとくする電磁気学』講談社（1993）

6）R. P. Feynman 著、宮島龍興 訳 『ファインマン物理学 III 電磁気学』岩波書店（1969）

7）V. D. Barger・M. G. Olsson 著、小林澈郎・土佐幸子 訳『電磁気学–新しい視点にたって I』培風館（1991）

8）V. D. Barger・M. G. Olsson 著、小林澈郎・土佐幸子 訳『電磁気学–新しい視点にたって II』培風館（1992）

9）砂川重信 著『電磁気学（物理テキストシリーズ 4)』岩波書店（1987）

10）太田浩一 著『電磁気学の基礎 I』シュプリンガージャパン（2007）

11）太田浩一 著『電磁気学の基礎 II』シュプリンガージャパン（2007）

●面向初学者的启蒙读物

1）D. Fleisch 著、河辺哲次 訳『マクスウェル方程式』岩波書店（2009）

2）石川真之介 著『東大流まんが電磁気学』講談社（2008）

3）霜田光一 著『歴史をかえた物理実験（パリティブックス)』丸善（1996）

4）中村弘 著、『磁石の ABC–磁針から超電導磁石まで（ブルーバックス)』講談社（1987）

5）竹内淳 著、『高校数学でわかるマクスウェル方程式（ブルーバックス)』講談社（2002）

6）藤龍和弘 著、マツダ 作画、トレンド・プロ 制作『マンガでわかる電気』オーム社（2006）

7）山本将史 著、高津ケイタ 作画、トレンド・プロ 制作『マンガでわかる相対性理論』オーム社（2009）

●其他参考资料

1）国立天文台 編『理科年表 平成23年版』丸善（2010）
2）後藤尚久 著『電磁気学がわかる本』オーム社（2010）
3）木幡重雄 著『電磁気の単位はこうして作られた-「電磁気学」の発展と「単位系」の変遷を辿る』工学社（2003）
4）広瀬立成 著『物理学 One Point 10－EとH、DとB』共立出版（1981）
5）細野敏夫 著『メタ電磁気学』森北出版（1999）
6）今井功 著『古典物理の数理』岩波書店（2003）

（O-4769.0101）
责任编辑：张丽娜　赵丽艳
责任制作：董立颖　魏　谨
封面制作：泊　远

用漫画这种形式讲数学、物理和统计学，十分有利于在广大青少年中普及科学知识。

周恩来、邓颖超秘书，周恩来邓颖超纪念馆顾问
中日友好协会理事，《数理天地》顾问，全国政协原副秘书长

用漫画和说故事的形式讲数学，使面貌冷峻的数学变得亲切、生动、有趣，使学习数学变得容易，这对于提高全民的数学水平无疑是功德无量的事。

《数理天地》杂志社　社长　总编
“希望杯”全国数学邀请赛组委会　命题委员会主任　周国镇

用漫画的形式，讲解日常生活中的数学、物理知识，更能让大家感受到数学殿堂的奥妙与乐趣。

《光明日报》　原副总编辑
中华炎黄文化研究会　常务副会长

科学漫画是帮助学习文科的人们用形象思维的方式掌握自然科学的金钥匙。

中国人民大学外语学院日语专业　主任
大学日语教学研究会　会长　成同社

在日本留学的时候，我在电车上几乎每次都能看到很多年轻的白领看这套图书，经济实惠、图文并茂、浅显易懂，相信这套图书的中文版也一定会成为白领们的手中爱物。

大连理工大学　能源与动力学院　博士　副教授

我非常希望能够在书店里看到这样的书：有人物形象、有卡通图、有故事情节，当然最重要的还有深厚的理工科底蕴。我想这样的书一定可以大大提升孩子们的学习兴趣，降低他们对于高深的理工科知识的恐惧感。

北京启明星培训学校　校长

书中的数学知识浅显实用，漫画故事的形式使知识贴近生活，概念更容易理解。

北京大学　数学科学学院　博士

www.sciencep.com



科学出版社　东方科龙
联系电话：010-82840399
E-mail:boktp@mail.sciencep.com
有关网址：http://www.okbook.com.cn

销售分类建议：科普

定　价：32.00元